

FACULTAD DE INGENIERÍA

Carrera de **INGENIERÍA DE MINAS**

“APLICACIÓN DEL ALGORITMO LERCHS Y
GROSSMANN 3D PARA DELIMITAR EL PIT
FINAL DE UN YACIMIENTO CUPRIFERO, LA
LIBERTAD, 2021”

Tesis para optar al título profesional de:

Ingeniero de Minas

Autor:

Daniel Aarom Castro Solis

Asesor:

Mag. Ing. Jorge Omar Gonzáles Torres

<https://orcid.org/0000-0002-4870-2402>

Trujillo - Perú

JURADO EVALUADOR

Jurado 1 Presidente(a)	Mag. Jesús Gabriel Vilca Pérez	41779520
	Nombre y Apellidos	Nº DNI

Jurado 2	Mag. Carlos Alberto Toledo Gutiérrez	06016715
	Nombre y Apellidos	Nº DNI

Jurado 3	Mag. Wilder Chuquiruna Chávez	41245114
	Nombre y Apellidos	Nº DNI

DEDICATORIA

A mis padres, Javier y Fresia, por mostrarme el camino hacia la superación.

A mi hermano, Rodrigo, por brindarme su tiempo y un hombro para descansar.

A mis abuelos, tíos, primos y amigos por ser parte de este largo camino.

AGRADECIMIENTO

A Dios por permitirme estar consciente durante este proceso de mi formación profesional que hoy pretendo culminar con esta investigación.

A mis padres por darme la oportunidad de estudiar, acompañarme durante mi formación profesional y apoyarme en cada decisión tomada.

A mis docentes por proporcionarme sus conocimientos y experiencias en las aulas universitarias durante el proceso de formación académica.

Al Ing. Jorge Omar Gonzáles Torres, asesor de la Universidad Privada de Norte por sus aportes teóricos y ser un guía en este trabajo de investigación.

Al Ing. Marco Antonio Cotrina Teatino por acompañarme durante todo este proceso universitario y apoyarme a terminarlo con éxito al compartir sus conocimientos y experiencias en el rubro minero.

Tabla de contenido

JURADO EVALUADOR	2
DEDICATORIA	3
AGRADECIMIENTO	4
TABLA DE CONTENIDO	5
ÍNDICE DE TABLAS	7
ÍNDICE DE FIGURAS	8
RESUMEN	9
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	10
1.1. Realidad problemática	10
1.2. Antecedentes	11
1.3. Marco teórico	18
1.4. Marco conceptual	29
1.5. Formulación del problema	30
1.6. Objetivos	30
1.6.1. Objetivo general	30
1.6.2. Objetivos específicos	30
1.7. Hipótesis	31
CAPÍTULO II: METODOLOGÍA	32
2.1. Tipo de investigación	32
2.2. Diseño de investigación	33
2.3. Población y muestra	33
2.4. Materiales, instrumentos y métodos	33

2.5. Técnicas e instrumentos de recolección y análisis de datos	34
2.6. Procedimiento de recolección de datos	42
2.7. Aspectos éticos	44
CAPÍTULO III: RESULTADOS	45
CAPÍTULO IV: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	56
REFERENCIAS	59
ANEXOS	60

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 <i>Guía de etiquetado para arcos</i>	26
Tabla 2 <i>Matriz de Consistencia</i>	34
Tabla 3 <i>Instrumento Escala Likert</i>	39
Tabla 4 <i>Matriz de validación de expertos</i>	40
Tabla 5 <i>Cantidad de bloques de 30x30x30 según tipo de material</i>	47
Tabla 6 <i>Datos estadísticos de los metales en el modelo de bloques</i>	47
Tabla 7 <i>Ángulo de talud según tipo de mineral</i>	48
Tabla 8 <i>Parámetros operacionales del cobre</i>	48
Tabla 9 <i>Parámetros operacionales del oro</i>	49
Tabla 10 <i>Parámetros del bloque</i>	51
Tabla 11 <i>Parámetros para estimación de VAN mina</i>	52
Tabla 12 <i>Flujo de caja de los pits</i>	52
Tabla 13 <i>Tonelaje de mineral y estéril en los pits</i>	53
Tabla 14 <i>Tiempo de vida de los pits</i>	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Adición de una raíz	25
Figura 2 Etiquetado de arcos	25
Figura 3 Etiquetado de árbol	26
Figura 4 Arbol con conexión a la raíz	27
Figura 5 Etiquetado de arcos	27
Figura 6 Etiquetado de resultado de arcos	28
Figura 7 Adición de arco	28
Figura 8 Adición de arco	28
Figura 9 Curva Tonelaje – Ley	45
Figura 10 Histograma de Ley Cu del modelo de bloques	46
Figura 11 Histograma de Ley Au del modelo de bloques	46
Figura 12 Gráfico Pit by Pit	55

RESUMEN

El objetivo principal de la presente investigación fue determinar el tajo final de un yacimiento cuprífero aplicando el algoritmo de Lerch y Grossman 3D, considerando como variables de entrada: parámetros geomecánicos, operacionales y económicos para su modelo de bloques.

Este trabajo de investigación fue no experimental, descriptivo con diseño transversal, empleándose técnicas e instrumentos de recolección, revisión de datos y análisis documental, usándose el programa Microsoft Excel y Whittle 4.5. Al desarrollar, cuantificamos las variables de estudio siendo la variable independiente el algoritmo de Lerch y Grossman y la variable dependiente el Tajo Final.

El resultado del análisis exploratorio del modelo de bloques indica que existen 62 220 bloques de 30x30x30m con leyes de cobre mínima de 0% y máxima de 1.46%. Los ángulos de talud para el óxido es 52°; mixto 45° y sulfuros 43°. El costo mina fue de 1.8 USD/t; costo planta, 3.86 USD/t y la recuperación metalúrgica de 85%

Se concluye que el factor multiplicador del precio del cobre (0 a 1) con incrementos de 0.05 generó un pit final N° 16 con un total de 335 350 libras de Cu y un Valor Actual Neto de 6 644 millones de dólares. Por otro lado, existe en esta envolvente 65 millones de toneladas de mineral y 260 millones de toneladas de estéril; con una vida útil de 8 años y medio.

PALABRAS CLAVES: tajo final, factor multiplicador del precio, modelo de bloques, Whittle, Lerch y Grossman

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

1.1. Realidad problemática

La actividad minera es un proceso que implica el desarrollo de diferentes fases para alcanzar la explotación de un mineral y dentro de estas fases tenemos la planificación minera que es el área en toda unidad minera que se encarga de evaluar los recursos mineros, con el fin de obtener la mejor rentabilidad posible para los inversionistas (Delphos, 2015). La planificación se encarga de generar planes mineros, es decir definir cómo, cuándo y de dónde se explotará el tonelaje con la ley de interés. Lo anterior se expresa en un plan de producción y es apoyado por un agendamiento, comprometiendo así la producción en el tiempo, definiendo que zonas en la mina serán extraídas y cuál de estas serán enviadas a planta, stop piles o botaderos (Lane, 1988).

Un aspecto importante al planificar la producción de una mina a tajo abierto es interpretar los límites de la explotación. Inicialmente se bosqueja un modelo geológico; esto se logra mediante campañas de perforación de sondajes diamantinos y/o aire reverso, los cuales son realizados en distintos lugares y a diferentes longitudes de perforación. El material extraído se conoce como muestras y son empleadas para caracterizar geológicamente el yacimiento ya sea en mineralogía, alteración o litologías (Hustrulid, 2013). Luego, se construye un modelo de bloques de igual volumen donde servirá para asignar distintas variables a estimar como por ejemplo densidad (haciendo que varíe el tonelaje dentro de cada bloque), leyes de variable de interés, recuperación metalúrgica, etc. (Emery, 2007).

Después de obtener el modelo de bloques estimado es importante caracterizar geomecánicamente los ángulos de taludes para evitar posibles fallas o derrumbes en las paredes del pit (Dagdelen & Akaike, 1999).

Desde la década del 60 se han utilizado algoritmos de programación lineal para modelar las diferentes etapas en la producción de minas a tajo abierto. Aunque su uso ha sido muy gradual debido a las restricciones no parametrizadas haciendo que los planes mineros tengan desviaciones al momento de ejecutar la producción. Asimismo, no existen estudios que expliquen cómo se realiza la delimitación de pit final, solo existen estudios genéricos teóricos en 2D. Por otro lado, este estudio aplicativo utiliza un sistema computacional donde se usan datos reales de una mina para delimitar un pit final y comparar varios pits con un indicador en común que sería el valor actual neto (VAN).

1.2. Antecedentes

En relación a la investigación desarrollada, se describen trabajos previos como la tesis de Colquehuanca (2016) titulada “Planeamiento de minado a largo plazo haciendo uso del software Whittle 4.4 CIA Minera Aurífera Santa Rosa Comarsa S.A.” tiene como principal objetivo demostrar la gran utilidad que significa aprovechar la tecnología moderna como es la aplicación de un software minero para lograr obtener información de manera anticipada a la toma de decisiones y así lograr realizar planes óptimos de minado a mediano y largo plazo. Este trabajo realiza el planeamiento de minado estratégico a largo plazo en el tajo Clarita, el cual se desarrolló en todo momento con la utilización del software Whittle 4.4. Para desarrollar el trabajo se utilizó un plano de la topografía de la superficie del yacimiento y el modelo de bloques, se procede a codificarlo según su confiabilidad ya sea en medido, indicado e inferido. Con el modelo de bloques se procedió a realizar el planeamiento de minado a largo plazo, el cual tiene como objetivo determinar la vida

económica del tajo para lo cual, se relacionará el total del volumen del sólido en sus diferentes fases. Dentro de los resultados obtenidos está la exploración, análisis y visualización del modelo de bloques 6x6x6 m, parametrizó el ángulo del talud 42°, parametrizó los factores operacionales (costo mina, costo planta y otros), generó escenarios operacionales del pit final empleando el factor multiplicador del precio (0.5-1.25) generando 37 factores con incrementos de 0.021 y determinó que su óptimo pit final era el pit 37. En su gráfico pit by pit logró encontrar el flujo de caja descontado en el mejor caso, peor caso y caso específico.

La tesis de (Centeno, 2014) titulada “Optimización en la estimación de recursos y límite de explotación en el proyecto Michiquillay” donde aplicó el algoritmo de Lerch y Grossman consideró variables como el modelo de bloques (25x25x15m), costo mina, costo planta y parámetros geotécnicos. Para determinar el pit final empleó una tasa de descuento del 10 % y el pit final lo determina en el pit 85, donde la explotación lo optimiza en 6 fases. El VAN de la mina alcanza un valor de 12 490 MUSD.

La tesis de Acosta (2014) “Metodología para la definición de fases a partir de un secuenciamiento de bloques de un rajo abierto” tiene por objeto “desarrollar una metodología para definir las fases de un rajo abierto en base a un secuenciamiento de bloques que comprende restricciones de capacidad y de mezcla. En esta tesis se estudia el impacto de este método en el proceso de planificación de largo plazo, comparando sus resultados con la metodología tradicional de definición de fases (es decir, de acuerdo a la tendencia de crecimiento de un conjunto de pit anidados) y se implementan dos casos de estudio. En esta propuesta se están usando parámetros reales en cada caso (tanto económicos, como de procesos) se genera, por un lado, un set de pits anidados de Lerchs y Grossman (en Whittle) considerando un revenue factor de 0.3 a 1, y por otro, se origina el secuenciamiento de

bloques, a través de la resolución del problema de optimización denominado Precedence Constrained Production Scheduling Problem (PCPSP). A partir de estos resultados obtenidos, se construyen las fases utilizando el software Vulcan de acuerdo a las secuencias de extracción sugeridas por los pits anidados y por el agendamiento de los bloques. Luego se calculan los planes de producción respectivos, de forma manual, utilizando Virtual Mining Machine, VMM. Los resultados indican que la diferencia en el valor final, entre los planes estimados manualmente es mínima para los dos modelos estudiados, a pesar de que la secuencia sugerida por los pits anidados y por el agendamiento de bloques es distinta, y por lo mismo, para la secuencia de construcción de fases. En efecto, para el primer caso de estudio, la diferencia es de sólo un 3% entre un VAN y otro (1 507 MUSD y 1 558 MUSD) para el plan calculado con las fases diseñadas según los pits y agendamiento, respectivamente. Para el segundo caso de estudio, la diferencia es aún menor, llegando sólo a un 1% (3 644 MUSD en el plan según la metodología tradicional y 3 665 MUSD en el plan calculado según la metodología propuesta). Además, resultados como el mineral enviado a proceso, la producción de finos y el valor en las restricciones de mezcla son semejantes. Si se realiza la comparación con los planes generados mediante la herramienta VMM, tampoco existen diferencias importantes entre los planes, especialmente en el segundo caso de estudio. En este orden de ideas se concluye que la implementación de la metodología propuesta, no produce mayores diferencias respecto a la metodología tradicional de definición de fases, tanto en valor como en la factibilidad de generar planes que alimenten al(los) proceso(s) correspondiente(s). Así entonces, no existiendo motivo alguno que avale el uso de este método; debido que no hay una certeza sobre la utilidad de su implementación. Sin embargo, analizar la promesa de cumplimiento en el corto plazo, es una arista no abordada y es un aspecto interesante de análisis futuro. Esto permitiría complementar el

trabajo realizado (debido a la holgura que posee el largo plazo en el cálculo de un plan) y así concluir con mayor base sobre la utilidad de la metodología propuesta.”

En la tesis de Jélvez (2017), “Metodología multietapa para la planificación de la producción de largo plazo en mina a rajo abierto bajo incertidumbre geológica”, se aborda “el problema de planificación de la producción de largo plazo en minas de cielo abierto, considerando incertidumbre geológica. Tal como se plantea este problema se tendría que determinar cómo y cuándo se deben extraer las reservas mineras, generando una cierta certidumbre que compromete la producción en el tiempo. Debido a la envergadura del problema, es usual dividir en tres etapas el proceso de planificación; generando tres problemas relacionados que son el resultado secuencial para obtener un plan de producción tentativo, a saber: (i) la determinación del pit final, que implica delimitar la subregión de la mina donde se realizará la extracción; (ii) la selección de pushbacks, que es una partición del pit final que permiten guiar la secuencia de extracción y controlar el diseño; y por último, (iii) el agendamiento temporal de la producción, que se encarga de definir dentro de cada pushback cuándo serán extraídas las distintas zonas y cuáles de ellas serán procesadas. Así tenemos que precisar que si bien la incertidumbre geológica no es un elemento considerado en la metodología tradicional; la mayoría de los esfuerzos, realizados, para incorporarla sólo lo han hecho dentro de la etapa de agendamiento. Definiéndolo dentro de un pit final determinista, en cuyo interior se dispone de un conjunto de escenarios que modelan la incertidumbre. Es más, estos resultados ni siquiera consideran la selección de pushbacks como una etapa dentro del proceso, pasando directamente de una definición determinista de pit final al agendamiento bajo incertidumbre, lo que puede generar resultados difíciles de operativizar. En este trabajo de tesis se propone y evalúa una metodología que incorpora la incertidumbre geológica en las tres etapas mencionadas, para cada una de ellas; donde los

modelos propuestos consideran el riesgo asociado al desconocimiento que se tiene de la zona mineralizada. Las principales contribuciones de esta investigación son: (i) desarrollo de un modelo multiobjetivo que permite generar la frontera eficiente de alternativas de pit final en el plano valor esperado-riesgo; (ii) definición de un nuevo modelo que automatiza la selección de pushbacks a partir de un conjunto de pits anidados y criterios bien definidos; e (iii) implementación de un modelo que maximiza el valor descontado y, a la vez, minimiza el costo total de la incertidumbre asociado a las desviaciones de los objetivos de producción, cuando se considera un conjunto de escenarios que caracterizan la incertidumbre de leyes. En consecuencia, se está planteando la evaluación de riesgo en todas las etapas, sosteniendo con ellos planes de producción más realistas. En el caso de estudio presentado, los resultados muestran que se puede obtener un incremento de valor descontado en 2% y, más importante aún, que el costo total de la incertidumbre se reduce en un 68%, respecto a la metodología tradicional que no considera la incertidumbre geológica. Por lo tanto, se pueden tomar mejores decisiones en la planificación de la producción de largo plazo de minas a cielo abierto.”

Según Obach (2016) en su tesis “Alternativas de operativización de fases en un yacimiento cuprífero”, afirma que “el proceso de planificación minera de largo plazo para minas de cielo abierto comúnmente se aborda en etapas, debido a la gran cantidad de variables que hacen del problema uno complejo de resolver. El objetivo de este trabajo es estudiar la etapa de diseño de fases para un depósito cuprífero, lo que consiste en operativizar los pits anidados que son generados ya sea mediante el algoritmo de Lerchs & Grossmann o el Modelo de Secuenciamiento de Bloques propuesto por Johnson (1968), utilizando distintos criterios de diseño empíricos y cuantificando su impacto en desviaciones de tonelaje y el resultado económico del agendamiento de la producción mediante el algoritmo

Milawa. De los resultados experimentales, se concluye que los criterios de diseño empíricos basados en tonelajes de fase no presentan por si solos una ventaja o desventaja desde el punto de vista operacional y económico, lo que queda demostrado al ser sobrepasados por el resultado del algoritmo Milawa. En segundo lugar, el proceso de diseño afecta en la evaluación económica, pero no de manera correlacionada con las desviaciones de tonelaje. Adicionalmente, se destaca que el modelo de secuenciamiento de bloques obtiene un mejor VAN que el de Lerchs & Grossman para los planes de este yacimiento.”

La tesis de Peirano (2011) titulada “Definición de pit final capacitado bajo incertidumbre” tiene como objetivo principal “desarrollar una metodología y una herramienta que permitan definir un pit final incorporando las restricciones de capacidad y las condiciones de incertidumbre asociadas al recurso geológico.” El resultado metodológico consiste en un algoritmo de cálculo que incorpora heurísticas de definición de pit final como es la enunciada por Lerchs y Grossman (1964), en conjunto con heurísticas de secuenciamiento de bloques como son enunciadas por Gershon (1987). Dichas heurísticas son enlazadas dentro de un proceso iterativo en que se generan versiones de pit final y sobre las cuales se aplican las restricciones de capacidad por período y descuento intertemporal de acuerdo a una tasa de descuento. En este orden de ideas, la implementación de esta metodología se convierte en una herramienta y se aplica al momento de la validación sobre un estudio de caso; donde se pueden apreciar los impactos que producen al incorporar las restricciones de capacidad, reflejado en un importante aumento en el valor de los flujos de caja para cada capacidad estudiada. Así tenemos que las formas de los pits finales generados en cada caso, muestran una fuerte dependencia con la restricción capacitaria impuesta. Por su parte, debemos tener en cuenta que la variable de la incorporación de la incertidumbre geológica en la metodología de cálculo da lugar a una nueva dimensión del análisis en la

planificación minera, donde se define una zona geométrica con la distribución de probabilidad de extracción de acuerdo a la variabilidad de las simulaciones geoestadísticas. Este resultado obtenido del presente razonamiento, puede apoyar la toma de decisiones, tomando en cuenta el nivel de riesgo que se esté dispuesto a tomar en el proyecto minero. En este contexto podemos precisar que, en una nueva planificación minera integrada, esta herramienta y metodología que se desarrolla en este trabajo de tesis representa un gran avance, principalmente cuando se basa en técnicas mineras, el valor económico y el riesgo asociados a cada proyecto dentro del portafolio de potenciales negocios.

Castillo (2009) en su tesis “Modelos de optimización para la planificación minera a cielo abierto” tiene como objetivo evaluar la verosimilitud y robustez de los softwares de planificación de tajo abierto hoy día utilizados en la industria minera, con el fin de definir el estado de arte de la planificación de tajo abierto. Este estudio consistió en definir el pit final, las fases y el programa de producción para un modelo de bloques de 62 200 bloques de 20x20x20m con contenido de cobre y oro. Para este estudio se usaron los softwares Whittle, NPV Scheduler y Vulcan para elegir el pit final. Asimismo, se realizó la prueba de sensibilidad del pit final variando el precio y la consistencia del revenue factor (0.58-1, incremento de 0.01) obteniendo 43 pits y un VAN de 328.91 MUSD. Como resultado se obtuvo los pit finales con un tonelaje total de 305 Mt en Whittle, 304 Mt en NPV Scheduler y 327 Mt en Vulcan. Para la etapa de comparación se determinó 4 fases en cada software de acuerdo al concepto asociado a cada herramienta: asociada a un pit anidado en Whittle y definidas bajo restricciones de tonelaje en NPV Scheduler. En tanto, para los planes de producción los resultados encontrados variaron entre los 253 y 270 MUSD para Whittle y 230 MUSD para NPV Scheduler, con una vida útil de 12 y 11 años respectivamente. Finalmente, se muestra que, al aplicar una misma metodología de trabajo

en los diferentes softwares usados, el resultado de definición de pit final cambia, a pesar de que en todos los casos ocupan conceptualmente el algoritmo de Lerch y Grossman. Estas diferencias se observan por cómo se definen las precedencias entre bloques, el ángulo de talud y la manera que se calculan los beneficios.

Aborda la situación que origina la investigación; se escribe desde lo general a específico. Es importante diferenciar un problema de investigación de un problema práctico, así como de un tema de investigación para evitar presentar contenidos ajenos al asunto que se investiga. Las ideas expuestas deben estar apoyadas por citas, las cuales deben detallarse en la sección REFERENCIAS. En esta sección también deben figurar los antecedentes de investigación (estudios previos) y precisiones conceptuales que se requieran para presentar y justificar el problema de investigación. Se recomienda enfatizar en investigaciones previas publicadas en revistas científicas indexadas con una antigüedad no mayor a 10 años (efectuar la búsqueda desde bibliotecas virtuales de UPN y otros como Scielo, Redalyc, SJR Scimago, entre otros).

1.3. Marco teórico

1.3.1. Minería a tajo abierto

Según (Gaupp, 2008) refiere que la minería open pit implica extraer material de la superficie de la tierra hacia abajo; por lo tanto, las minas a cielo abierto a menudo se denominan minas de superficie. Las minas a cielo abierto producen agujeros en el suelo una vez que se elimina todo el mineral valioso del yacimiento. Los cuerpos extraños en minas a cielo abierto se modelan utilizando una colección de bloques, comúnmente rectángulos tridimensionales. Cada bloque está caracterizado por un peso y un volumen de mineral valioso. La relación entre el mineral valioso y el peso total del bloque se usa para determinar si este bloque clasifica como mineral o desecho, lo que a su vez nos proporciona el beneficio que produce en un bloque. Asimismo, maximizar el valor presente neto de todo mineral procesado garantiza que las operaciones mineras procesen el material más valioso del yacimiento minero.

1.3.2. Diseño del límite final de una mina a cielo abierto

El límite final de una operación a tajo abierto, también conocida como Pit Final, corresponde a la envolvente que encierra el material económicamente explotable. Comúnmente, el criterio más utilizado para obtener dicha pared es extraer material hasta el punto en que los ingresos marginales de extracción de ese material se equilibren con los costos marginales de remoción del desmonte. Si bien es cierto, el criterio de igualar los ingresos marginales con los costos marginales es universalmente aceptado para este tipo de problemas, en minería open pit el concepto de costo marginal tiene una connotación distinta. En consecuencia, el hecho que el yacimiento pueda ser explotado mediante un método subterráneo involucra introducir al cálculo un costo alternativo por una eventual explotación subterránea. De esta manera, se asegura que la envolvente final sea el límite entre un open pit y un método subterráneo.

(Centeno, 2014)

1.3.2.1. Estratigráfica del yacimiento:

El depósito se evidencia como una geoforma dómica conformada por un anticlinal volcado de orientación andina, en cuyo eje se emplazó un dique dacítico, seguido del ascenso de fluidos hidrotermales generadores de alteraciones (argílica, sílica/fílica), brechas y fijación de menas. Al estar ubicado en la región La Libertad, constituye un depósito epitermal de oro hospedado en sedimentos clásticos del cretáceo inferior enmarcado en el Corredor Chimú; que involucra depósitos epitermales y pórfidos asociados a cuerpos sub-volcánicos como La Virgen, La Arena, Lagunas Norte, etc. Caracterización geoquímica y petro-mineralógica confirman patrones y ensambles de mineralización aurífera de alta sulfuración.

Geológicamente abarca la parte occidental de la franja sedimentaria mesozoica, constituida hacia la base por rocas pelíticas (formación Chicama), seguidas por secuencias clásticas limoarenosas (formación Chimú) y lutáceo-calcáreas hacia el

techo (formaciones Santa, Carhuaz y Farrat). Dicha secuencia es interrumpida por la aparición de “geoformas dómicas” asociadas a intrusiones hipabisales terciarias (diques de dacita y andesita) y cuerpos de brechas hidrotermales no siempre mineralizadas.

1.3.2.2. Modelo Geológico del yacimiento

La génesis del depósito mineral es muy similar a los cercanos La Virgen y Shahuindo. Este yacimiento es el resultado de múltiples eventos de actividad magmático hidrotermal controlados por distintas fases tectónicas. En el núcleo del anticlinas se emplazó un dique dacítico generando hacia sus contactos brechas de colapso. La permeabilidad efectiva generada habría favorecido el ascenso de fluidos que dieron lugar a facies de brechas y procesos de alteración argílica restringida a la dacita y brechas de contacto, mientras que las brechas hidrotermales, areniscas y cuarcitas están silicificadas; alteración fílica ocurre en fracturas y sobre impuesta a la argílica; coincidente con incremento del oro. La mineralización económica está hospedada en las cuarcitas, areniscas y brechas hidrotermales como relleno de fracturas, venillas, vetillas y cavidades de lixiviación ácida mayormente ocurre como óxidos (goethita, jarosita) y reemplazan parcialmente el cemento de brechas de contacto y tectónicas (mixtos); abundante pirita diseminada, en venillas a la que se asocian calcopirita, bornita, calcosina y covelita son comunes hacia los bordes de la dacita (sulfuros).

1.3.2.3. Tipos de algoritmo de diseño de minas a cielo abierto

a) Algoritmos heurísticos

Estos algoritmos son aquellos donde la solución no se determina en forma directa, sino mediante pruebas, ensayos y re-ensayos. A pesar que no existen

demostraciones matemáticas que permitan asegurar su validez, estos algoritmos tienen éxito al momento de ser aplicados.

b) Algoritmos rigurosos

Estos algoritmos son aquellos cuya optimización tienen una demostración matemática; siendo el más importante y conocido el método de Lerch y Grossmann

1.3.2.4. Métodos para el diseño del tajo final de minas a cielo abierto

a) Métodos manuales

Según (Centeno, 2014) este método:

Demanda una considerable cantidad de tiempo y juicio por parte del ingeniero. El método usual de diseño manual comienza con los tres tipos de secciones verticales:

- Secciones transversales espaciadas a intervalos regulares, paralelas unas con otras, y normales al eje longitudinal del cuerpo mineralizado; estas permitirán definir la mayor parte del tajo y pueden enumerarse a partir de 10 hasta, quizás 30, dependiendo del tamaño y forma del depósito y de la información disponible.
- Una sección longitudinal a lo largo del eje longitudinal del cuerpo mineralizado; con el propósito de ayudar a definir los límites de tajo en los extremos del cuerpo mineralizado.
- Secciones radiales; para ayudar a definir los límites del tajo en los extremos del cuerpo mineralizado.

b) Métodos automatizados

Según (Centeno, 2014) los métodos automatizados:

Han sido desarrollados dentro de las dos últimas décadas, debido a las facilidades que proporciona el computador.

Dentro de las actividades a desarrollar en el diseño de una explotación a tajo abierto, se encuentra la que dice relación con definir los límites físicos de dicha explotación,

ya que ante la presencia de un yacimiento se puede pensar en extraer todo el mineral o extraer solamente lo que más convenga. Esta última proposición es la que finalmente tendrá que prevalecer, ya que es la razón por la cual se explota un recurso, y es esta conveniencia la que introduce el concepto de optimizar la explotación de nuestro yacimiento, optimización que se traduce en cuidadosos análisis económicos y operacionales que permanentemente van en busca de ese mejor aprovechamiento global de los recursos.

Es así como surgen variados métodos para definir cuáles serán los límites económicos de un tajo, que sin duda cada uno aporta un concepto útil y que en muchos casos combinan para generar otro método.

1.3.3. Algoritmo Lerchs & Grossmann

Lerchs y Grossmann (1965) propusieron un algoritmo matemático que permite diseñar el contorno de una explotación a tajo abierto con el fin de maximizar la diferencia entre el valor total de la mineralización explotada y el coste total de la extracción del mineral y desmonte.

Según (Dowd & Onur, 1993) este método no es universalmente aceptado por: Complejidad del método en términos de comprensión y programación, el tiempo requerido, la dificultad para incorporar cambios en las pendientes de la explotación y el criterio de optimización basado en el beneficio total mientras que debería hacerlo en el valor actual neto.

1.3.3.1. Lerchs & Grossmann 2D

Este algoritmo nos permite determinar la ubicación del límite final óptimo del pit, utilizando un procedimiento de programación de dos dimensiones, el cual nos permite lograr el mayor beneficio posible. (Centeno, 2014)

1.3.3.2. Lerchs & Grossmann 3D

a) Consideraciones previas

Según (Centeno, 2014) este algoritmo garantiza encontrar el diseño óptimo de la explotación en tres dimensiones sin importar la morfología de los bloques utilizados en la optimización, teniendo en cuenta:

- Diseño del cuerpo mineralizado: el tamaño de los bloques está en función de la forma y tamaño del cuerpo mineralizado. Este tamaño suele ser pequeño, lo cual genera modelos con millones de bloques.
- Asignación de valores a los bloques: en esta etapa se busca una solución que afecta a la mínima SMU (selective mining unit) de manera que no se puede establecer un tamaño de bloques muy pequeño que luego no permita extraerse selectivamente; y al suavizado, al no elegir tamaños tan grandes que generan valores de leyes artificiales por el fuerte suavizado.
- Diseño de la explotación: un modelo que contiene entre 100 a 200 bloques.
- Análisis de sensibilidad: disminuir el tamaño de los bloques nos ahorra tiempo y genera los mismos resultados que utilizar el total de bloques de un modelo.

b) Desarrollo del método

Según (Centeno, 2014) el método de Lerchs y Grossmann 3D considera:

Los valores económicos de los bloques y el concepto de arco estructural. Un arco estructural de un bloque A a un bloque B significa que, si se quiere extraer el bloque A, es necesario extraer previamente el bloque B, para dejar al descubierto el A, aunque no necesariamente viceversa. Estos dos conceptos permiten obtener el valor más alto de la explotación económicamente hablando, con lo que se define

el diseño óptimo de corte, no pudiendo existir otro diseño que produzca un valor mayor.

El método toma en cuenta dos tipos de información. La primera está relacionada con la pendiente de los taludes de explotación, dato imprescindible para poder establecer los correspondientes arcos estructurales, pues no es lo mismo un talud de 45°, que genera tres arcos estructurales para la extracción de cada bloque que un talud de 3D, que necesitaría para su extracción un número mayor de bloques y por lo tanto de arcos estructurales. El segundo tipo de información consiste en el valor económico del bloque. Si es estéril, este valor será negativo, mientras que si es un bloque mineralizado tendrá un valor positivo, fruto del valor de la mineralización menos los costes del tratamiento. Por último, los bloques situados en el aire poseerán un valor cero. Es importante tener en cuenta este tipo de bloques puesto que puede suceder que, entre bloques de mineral, el arco estructural tenga que pasar por bloques de aire.

Dado los valores de los bloques y los arcos estructurales, el algoritmo comienza a construir desde la base de la explotación una lista de bloques relacionados en forma de ramas de un árbol. Las ramas se denominan fuertes si el total del valor de los bloques incluido en la rama es positivo. Las ramas van creciendo desde el fondo de la explotación, uniéndose o separándose según las características de los arcos estructurales; hasta llegar a la superficie y definir el diseño óptimo del tajo.

c) **Dos enfoques para la construcción de árboles**

Según (Hustrulid, Kuchta, & Martin, 2013) afirman que el algoritmo comienza con la construcción de un árbol inicial T_0 . Este árbol luego se transforma en árboles sucesivos T_1, T_2, \dots, T_n , siguiendo las reglas dadas hasta que no haya

más transformación posible. Existen dos enfoques que se usan para generar el árbol inicial:

Enfoque 1: Construir un árbol arbitrario que tenga una conexión a la raíz.

- Paso 1: Comienza agregando un nodo raíz X_0 al gráfico dirigido y construya un árbol de su elección teniendo en cuenta las posibilidades de conexión.

Desde el nodo X_5 : (X_5, X_1)

(X_5, X_2)

(X_5, X_3)

Desde el nodo X_6 : (X_6, X_2)

(X_6, X_3)

(X_6, X_4)

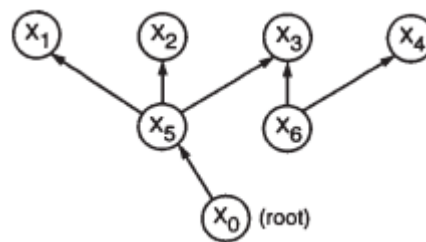


Figura 1 Adición de una raíz

- Paso 2: cada uno de los arcos está etiquetado con respecto si está dirigido fuera de la raíz o hacia la raíz

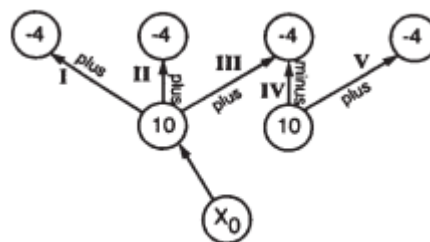


Figura 2 Etiquetado de arcos

Paso 3: comenzando en las extremidades, cada rama se dirige hacia el tronco, sumando los pesos soportados por los arcos individuales. El objetivo es agregar las palabras “fuerte” o “débil” a cada uno de los arcos.

Tabla 1

Guía de etiquetado para arcos

Caso	Dirección	Peso Acumulado	Etiqueta
1	Más	Positivo	Fuerte
2	Más	Nulo o Negativo	Débil
3	Menos	Positivo	Débil
4	Menos	Nulo o Negativo	Fuerte

Fuente: Open pit mine planning and design: Fundamentals

- Paso 4: en este paso se identifican los arcos fuertes. Son posibles dos acciones: un arco fuerte menos o un arco fuerte más.
- Paso 5: el árbol T_1 se examina de la misma manera que antes de etiquetar los arcos en cuanto a si son “más” o “menos” y “débil” o “fuerte”.

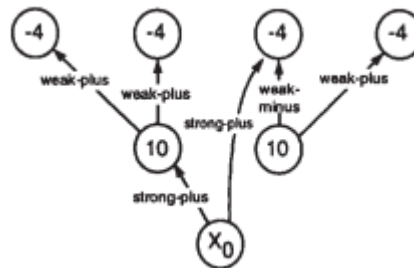


Figura 3 Etiquetado de árbol

- Paso 6: se identifican las ramas fuertes del nuevo árbol no conectadas directamente a la raíz y se sigue el procedimiento del paso 4. Si no hay ramas fuertes no conectadas a la raíz, se afirma que el árbol está normalizado y el proceso ha terminado.

- Paso 7: el cierre máximo consiste en aquellos nodos conectados por arcos fuertes a la raíz.

Enfoque 2: Construir un árbol con cada uno de los nodos conectados directamente a la raíz.

- Paso 1: comienza agregando un nodo raíz y conectando arcos entre la raíz y cada uno de los otros nodos.

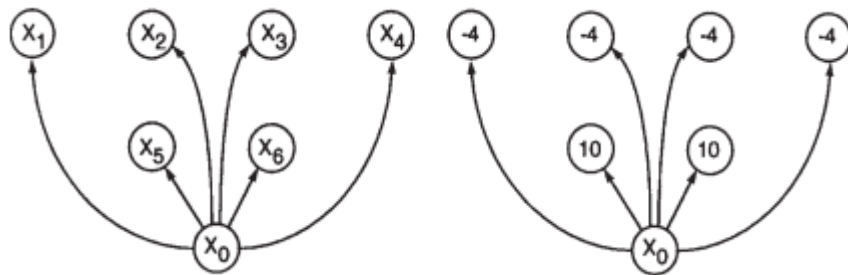


Figura 4 Árbol con conexión a la raíz

- Paso 2: el conjunto de arcos dirigidos ahora se divide en dos grupos. Aquellos conectados a la raíz de los arcos más fuertes se incluye en el grupo Y_0 . Los otros están en el grupo $X-Y_0$.
- Paso 3: se debe analizar las posibles conexiones entre los dos grupos.
- Paso 4: se sigue el proceso de normalización. Cada arco será etiquetado con respecto a “más” o “menos” y “fuerte” o “débil”.

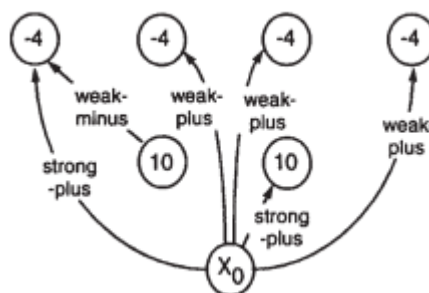


Figura 5 Etiquetado de arcos

- Paso 5: se realiza nuevamente el paso 3 con la finalidad de buscar conexiones adicionales entre Y y X-Y.

- Paso 6: el nuevo árbol está normalizado.

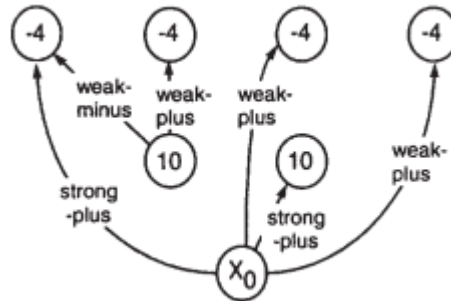


Figura 6 Etiquetado de resultado de arcos

- Paso 7: se realiza nuevamente el paso 5 para buscar nuevas posibles conexiones.

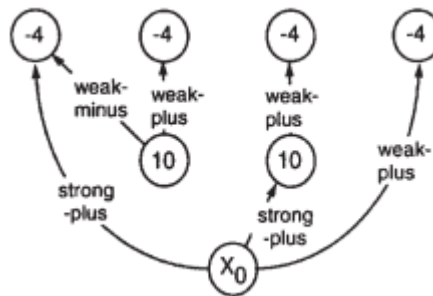


Figura 7 Adición de arco

- Paso 8: se regresa al paso 5 buscando nuevas conexiones y el árbol se normaliza con el resultado.

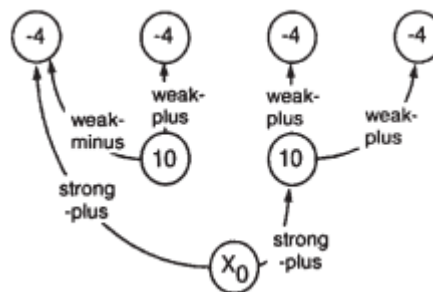


Figura 8 Adición de arco

- Paso 9: el cierre máximo es la suma acumulativa de los nodos involucrados.

1.4. Marco conceptual

- **Algoritmo Lerch & Grossman:**

La aproximación a la programación dinámica es capaz de generar el contorno óptimo del pit mediante secciones transversales en 2D. Una geometría de pit 3D final es entonces determinada al unir la geometría determinada por múltiples secciones transversales a través del pit.

- **Pit final:**

Representa la envolvente del material a ser extraído mediante una operación a cielo abierto y que asegura la mayor utilidad para la compañía.

- **Yacimiento:**

Es un depósito mineral, que, dada su cantidad, calidad, accesibilidad y condiciones de preservación debidamente comprobadas, podrá ser puesto en producción, brindando un beneficio económico, mediante el uso de medios tecnológicos disponibles.

La rentabilidad de un yacimiento depende también de condiciones ajenas al cuerpo mineral como: precio de los metales, tasas de impuestos, comercialización, situación social y ambiental, entre otras.

- **Modelo de bloques:**

Un modelo de bloque que representa el valor de grado esperado, el tipo de roca, el estado de oxidación y varias otras propiedades derivadas de la etapa de exploración.

- **Valor Presente Neto:**

Se utiliza en el presupuesto de capital para analizar la rentabilidad de una inversión o proyecto.

Revenue Factor o Factor Multiplicador de Precio del Metal:

Factor de utilidad el cuál, multiplicándolo por la ley, nos entrega el ingreso por unidad de mineral.

1.5. Formulación del problema

¿El algoritmo Lerchs y Grossmann permitirá delimitar el tajo final de un yacimiento cuprífero?

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo general

Determinar el tajo final de un yacimiento cuprífero aplicando el algoritmo de Lerchs y Grossmann en tres dimensiones.

1.6.2. Objetivos específicos

- Explorar y analizar los datos en el modelo de bloques de un yacimiento cuprífero.
- Configurar los perfiles de los taludes según tipo: óxido, mixto y sulfuro.
- Parametrizar factores operaciones mina, procesamiento, venta, optimización y restricciones en la generación de tajo final.
- Generar escenarios de distintos tajos finales considerando un factor de retorno dinámico.
- Determinar el tajo final del yacimiento de cobre en el mejor caso.

1.7. Hipótesis

H_1 : La aplicación del algoritmo Lerchs y Grossmann permitirá delimitar el tajo final de un yacimiento cuprífero donde el VAN supere los 6 000 millones de dólares.

H_0 : La aplicación del algoritmo Lerchs y Grossmann permitirá delimitar el tajo final de un yacimiento cuprífero donde el VAN no supere los 6 000 millones de dólares.

CAPÍTULO II: METODOLOGÍA

2.1. Tipo de investigación

Esta investigación está bajo un enfoque cuantitativo porque tiene dos características principales: es secuencial y probatoria. La naturaleza de este enfoque está en la recolección de datos para aprobar hipótesis con base en la medición numérica y en el análisis estadístico con el objetivo de establecer resultados.

Lo que implica el orden, en la investigación, es riguroso; parte de una idea que va acortándose, de la cual nacen sus objetivos y preguntas de investigación, posteriormente se revisa la literatura respecto a la pregunta de investigación que nos arroja un marco o una perspectiva teórica. Asimismo, se puede precisar que de estas preguntas (problema de investigación) se establecen las hipótesis que están constituidas por las variables y que demandan establecer un plan para poder probarlas (diseño); en consecuencia, estas variables deben ser determinadas en un contexto, se analizan las mediciones obtenidas a través de métodos estadísticos para poder establecer conclusiones. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, p. 4)

De acuerdo al fin que persigue, la investigación es aplicada porque (Rodríguez Moguel, 2003) “está dirigida a una utilización inmediata y no al desarrollo de teorías, además se aplica la investigación a problemas concretos en circunstancias y características concretas” (p.23).

Según el nivel de profundización en el objeto de estudio, la investigación es descriptiva porque busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice, en este caso el modelo de bloques

de un yacimiento cuprífero. (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014, p. 92)

2.2. Diseño de investigación

Según Cortes Cortes & Iglesias Leon (2004) la investigación es de diseño no experimental porque no manipula deliberadamente las variables de estudio por lo contrario observa los fenómenos tal y como se dan en su contexto actual para luego analizarlo. Es decir, en las investigaciones con este tipo de diseño no se construyen situaciones sino solo se observan las ya existentes. (p. 27)

2.3. Población y muestra

- Población: los modelos de bloques de un yacimiento aurífero – cuprífero (yacimientos epidermal de alta sulfuración)
- Muestra: el modelo de bloques del yacimiento cuprífero ubicado en La Libertad.

2.4. Materiales, instrumentos y métodos

2.4.1. Instrumentos:

- Computacionales: Software Whittle
- Modelos matemáticos: algoritmo Lerch & Grossmann

2.4.2. Métodos:

Para delimitar el límite del pit final se utilizará un algoritmo matemático de optimización de la rentabilidad económica, el cual entregará el mayor VAN (valor actual neto).

2.5. Técnicas e instrumentos de recolección y análisis de datos

2.5.1. Matriz de Consistencia

Tabla 2

Matriz de Consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
PROBLEMA GENERAL: ¿El algoritmo Lerchs y Grossmann permitirá delimitar el pit final de un yacimiento cuprífero?	OBJETIVO GENERAL:	H ₁ : La aplicación del algoritmo de Lerchs y Grossmann permitirá delimitar el tajo final de un yacimiento cuprífero	VARIABLE 1: Algoritmo de Lerch & Grossmann 3D	Modelo de Bloques	Gramos de cobre	TIPO DE INVESTIGACIÓN:
	OBJETIVOS ESPECÍFICOS:	donde el VAN supere	Definición Conceptual: Según (Lerchs-Grossmann 1965) la aproximación			Aplicada, descriptiva y cuantitativa.
PROBLEMAS ESPECÍFICOS:	OBJETIVOS ESPECÍFICOS:					POBLACIÓN: Todos los modelos de bloques de un yacimiento aurífero. MUESTRA: El modelo de bloques del

<p>¿Qué algoritmos de optimización permitirán delimitar el pit final?</p>	<p>- Explorar y analizar los datos en el modelo de bloques de un yacimiento cuprífero.</p>	<p>los 6 000 millones de dólares. H₀: La aplicación del algoritmo</p>	<p>a la programación dinámica es capaz de generar el contorno</p>			<p>yacimiento cuprífero ubicado en La Libertad.</p>
<p>¿Qué softwares utilizan los algoritmos para delimitar un pit final?</p>	<p>- Configurar los perfiles de los taludes según tipo: OX, MX y PH.</p>	<p>Lerchs y Grossmann permitirá delimitar el tajo final de un</p>	<p>óptimo del pit mediante secciones transversales en 2D. Una geometría de</p>	<p>Parámetros Geomecánicos</p>	<p>Grados Sexagesimales</p>	<p>Los valores de las leyes provenientes de las muestras de los sondajes diamantinos los cuales servirán para estimar la ley de los bloques.</p>
	<p>- Parametrizar factores operacionales mina, procesamiento, venta, optimización y restricciones en</p>	<p>yacimiento cuprífero donde el VAN no supere los 6 000 millones de dólares.</p>	<p>pit 3D final es entonces determinada al unir la geometría determinada por múltiples secciones</p>		<p>Dólares por tonelada</p>	<p>MATERIALES: INSTRUMENTOS: - Computacionales: software Whittle. MÉTODOS: Para determinar el límite de pit final se</p>

<p>la generación de pit shell.</p> <p>- Valorizar un bloque manualmente y comparar su valorización propuesta con Whittle.</p> <p>- Generar escenarios de distintos pit shell considerando un revenue factor dinámico.</p> <p>- Determinar el pit final del yacimiento de</p>	<p>transversales a través del pit</p> <p>Definición Operacional:</p> <p>Una herramienta matemática de optimización el cual busca entregar el mayor beneficio mediante un VAN.</p> <p>VARIABLE 2:</p> <p>Pit final</p>	<p>utilizará un algoritmo matemático de optimización de la rentabilidad económica, entregará el mayor VAN (VALOR ACTUAL NETO).</p>
--	--	--

cobre bajo el best case.	<p>Definición</p> <p>Conceptual:</p> <p>Según (Delphos, 2015)</p> <p>representa la envolvente del material a ser extraído mediante una operación a cielo abierto y que asegura la mayor utilidad para la compañía.</p> <p>Definición</p> <p>Operacional:</p> <p>Es la línea imaginaria</p>
-----------------------------	--

que delimita
la envolvente
económica, es
decir lo que
está dentro o
está contenida
dentro de la
envolvente es
el mejor
negocio
posible.

Fuente: Elaboración propia

2.5.2. Instrumento

Tabla 3

Instrumento Escala Likert

Preguntas o Ítems	Totalmente en desacuerdo 1	En desacuerdo 2	Ni de acuerdo ni en desacuerdo 3	De acuerdo 4	Totalmente de acuerdo 5
1. ¿El modelo de bloques del yacimiento cuprífero contiene toda la información necesaria para delimitar el pit final?					X
2. ¿El software Whittle tiene una versión demo que es completamente libre?					X
3. ¿Se tienen los perfiles de taludes para los tres tipos de mineralización: óxidos, mixtos y sulfuros?					X
4. ¿Se cuenta con parámetros operacionales de mina como son: costo, dilución y recuperación mina?					X
5. ¿Se tienen parámetros de planta de procesamiento como son costo y factor de recuperación?					X
6. ¿Se tiene el precio del cobre y el costo de producción en dólares por onza?					X

7. ¿El software Whittle permite valorizar un bloque de los 62220 bloques?	X
8. ¿El revenue factor dinámico permite crear escenarios de distintos pit final?	X
9. ¿La aplicación del algoritmo Lerch & Grossmann permite delimitar el pit final de un yacimiento de oro?	X

Fuente: Elaboración propia

2.5.3. Matriz de validación de expertos

Tabla 4

Matriz de validación de expertos

Título de la investigación:				
Línea de investigación:				
El instrumento de medición pertenece a la variable:				
La presente tabla permite evaluar al experto en el área de investigación. Apreciar cada pregunta con una “x” donde corresponda, ya sea Si o No. Finalmente, de existir alguna observación, por favor indicarla; con el objetivo de mejorar el cuestionario sobre la variable de estudio				
Ítems	Preguntas generales	Aprecia		Acciones por tomar
		Si	No	
1	¿El instrumento de medición presenta el diseño adecuado?			
2	¿El instrumento de recolección de datos tiene relación con el título de la investigación?			
3	¿En el instrumento de recolección de datos se mencionan las variables de investigación?			

- 4 ¿El instrumento de recolección de datos
facilitará el logro de los objetivos de la
investigación?
- 5 ¿El instrumento de recolección de datos se
relaciona con las variables de estudio?
- 6 ¿La redacción de las preguntas tienen un
sentido coherente y no están sesgadas?
- 7 ¿Cada una de las preguntas del instrumento
de medición se relaciona con cada uno de los
elementos de los indicadores?
- 8 ¿El diseño del instrumento de medición
facilitará el análisis y procesamiento de
datos?
- 9 ¿Son entendibles las alternativas de respuesta
del instrumento de medición?
- 10 ¿El instrumento de medición será accesible a
la población sujeto de estudio?
- 11 ¿El instrumento de medición es claro, preciso
y sencillo el cual permite obtener los datos
requeridos?

Sugerencias:

Nombre completo:
DNI:
Profesión:
Grado académico (más alto):

Firma del Evaluador

Fuente: Elaboración propia

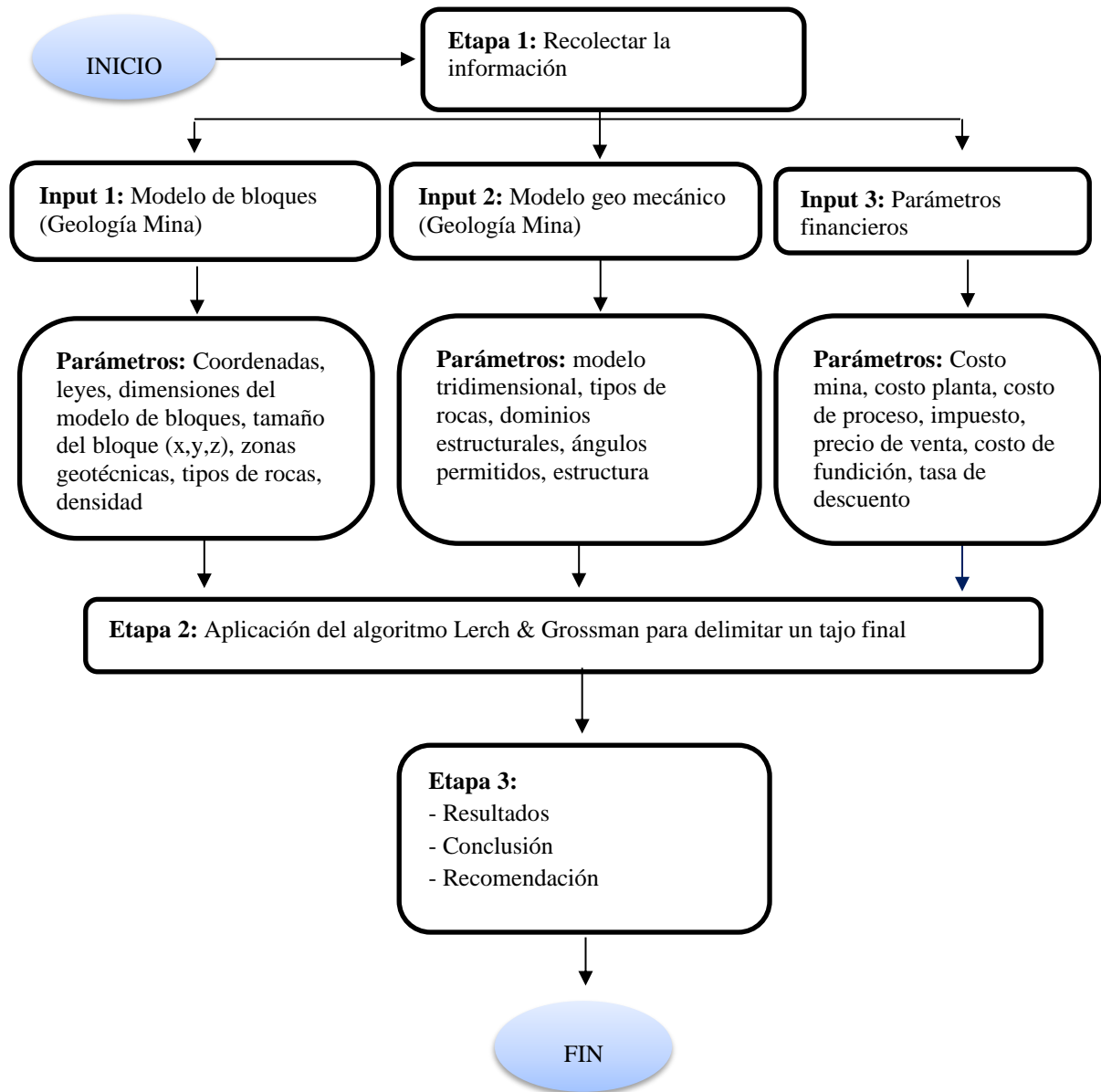
(Experto)

2.6. Procedimiento de recolección de datos

Para el desarrollo de esta investigación se accedió y consultó a repositorios de universidades nacionales e internacionales apoyándonos para el desarrollo del estudio.

Estudio de gabinete: se analizó los datos proporcionados para luego hacer una base de datos con los resultados obtenidos y, posteriormente, estudiarlos.

Estudio de informe: con los resultados obtenidos, y después de su análisis, se realizó la redacción de los mismos para el informe del trabajo de investigación, estructurándose con el formato de la Universidad Privada del Norte.



2.7. Aspectos éticos

La presente investigación que desarrolló por el investigador es original y buscó tener un conocimiento más profundo sobre la planificación minera específicamente en la determinación del límite del tajo final en una mina a cielo abierto. Por tanto, los datos de entrada son originales y en ningún caso se ha manipulado, manipula o se manipulará para buscar algún resultado subjetivo.

Los instrumentos han sido calibrados y medidos, con el fin de que los datos sean procesados y analizados correctamente.

Los resultados obtenidos se mostrarán tal cual, sin hacer prejuicios o juicios valorativos, siendo estos replicables por cualquier investigador en cualquier contexto.

Finalmente, el software Whittle se utilizó en versión estudiantil.

CAPÍTULO III: RESULTADOS

3.1. Análisis exploratorio del modelo de bloques

El caso de estudio utilizará el modelo de bloques de un yacimiento cuprífero. Este modelo de bloques ya está construido, y contiene información confiable y necesaria. Confiable porque es entregado por la empresa y necesaria porque tiene las dimensiones del bloque en x, y y z; 30x30x30. Tiene las coordenadas del centroide en el norte, este y elevación; así como el valor indexado. Finalmente, el modelo tiene elementos de importancia económica de Cobre y Oro, distribuidas en tres tipos de roca diferentes. La siguiente curva tonelaje ley, resume el inventario total del yacimiento:

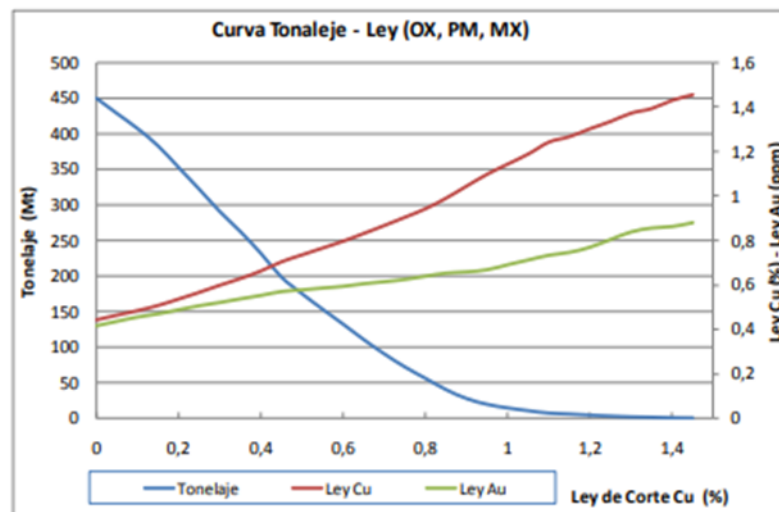


Figura 9 Curva Tonelaje – Ley

Por su parte, los siguientes histogramas muestran la distribución de leyes de cobre y oro para los tipos de roca “OX”, “PM” y “MX”:

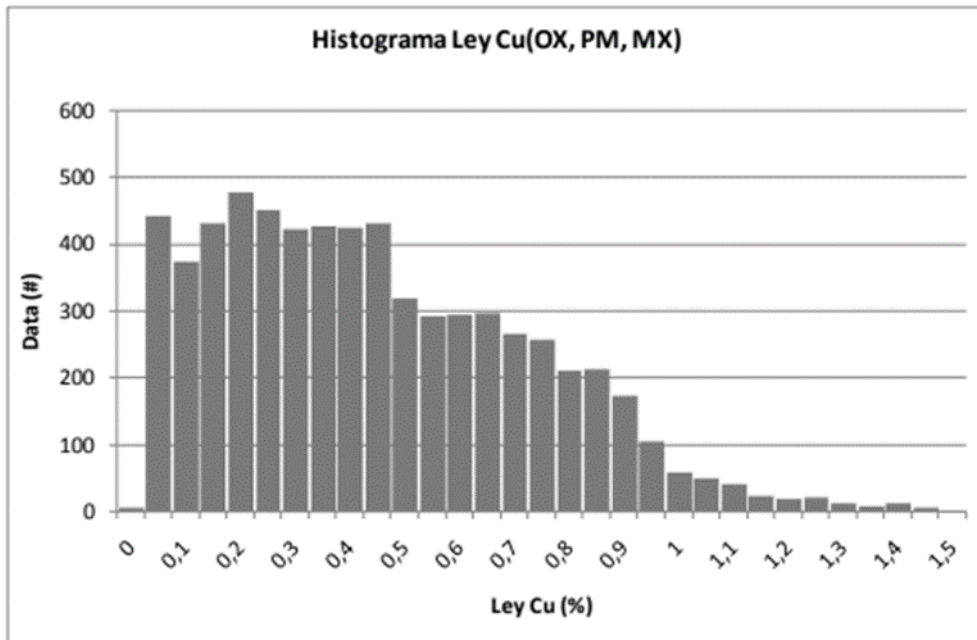


Figura 10 Histograma de Ley Cu del modelo de bloques

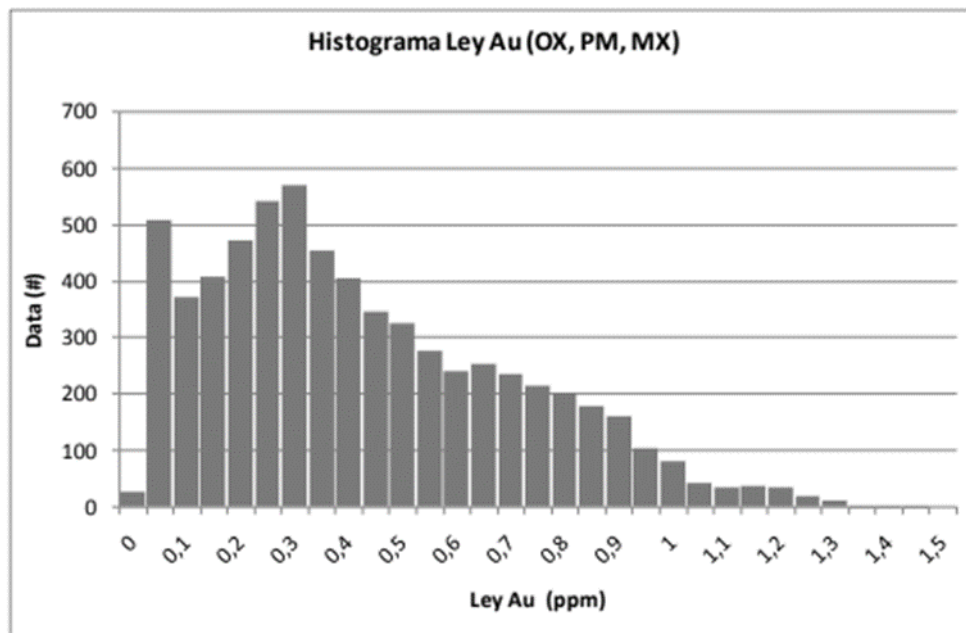


Figura 11 Histograma de Ley Au del modelo de bloques

Posee un total de 62 200 modelos de bloques que se distribuyen de la siguiente manera:

Tabla 5

Cantidad de bloques de 30x30x30 según tipo de material

	Bloques
WASTE	47 094
Óxidos (OX)	528
Mixtos (MX)	2 978
Sulfuros (PH)	3 068
Aire	8 552
Total	62 220

Fuente: Elaboración propia, datos en el modelo de bloques

En la siguiente tabla se adjunta las estadísticas básicas de densidades y leyes para los tipos de roca óxidos, mixtos y sulfuros:

Tabla 6

Datos estadísticos de los metales en el modelo de bloques

	Cobre (Cu)	Oro (Au)	Densidad (Sg)
Mínimo	0	0	0
Máximo	1.464	1.417	2.750
Promedio	0.045	0.043	1.900
Desviación Estándar	0.160	0.155	0.866

Fuente: Elaboración propia, datos en el modelo de bloques

Se mantendrá el mismo escenario económico y ritmo de producción tanto para la generación de los pits anidados como para la selección del pit final (120 000 tpd).

3.2. Parámetros geomecánicos

Los parámetros geomecánicos ingresados al modelo se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 7

Ángulo de talud según tipo de mineral

Tipo de mineral	Ángulo de talud
Óxido	52°
Mixto	45°
Sulfuro	43°

Fuente: Elaboración propia

3.3. Parámetros operacionales

Los parámetros operacionales del cobre usados en el modelo de bloques se muestran en la siguiente tabla

Tabla 8

Parámetros operacionales del cobre

Escenario	Cu	Unidades
Precio venta	2.67	\$/lb
Rec. Ox	0.85	%
Rec. Mx	0.87	%
Rec. Pm	0.9	%
Costo mina	1.8	\$/t
Cota referencia	735	M
Incremento costo mina/m	0.002	\$/t
Costo proceso LX	3.86	\$/t
Costo proceso LX-FL	6.24	\$/t
Costo proceso FL	8.79	\$/t

Costo G&A	0.64	\$/t
Ley Concentrado	30	%
Pérdidas de transporte	1	%
Humedad del concentrado	8	%
Costo de transporte tierra	28	\$/wmt
Costo de transporte mar	63	\$/wmt
Costo refinación	0.11	\$/lb
Costo tratamiento concentrado	110	\$/dmt
Penalizaciones concentrado	10	\$/dmt
Cu Pagable	0.95	%
Royalty	8	%
Recuperación minera	95	%
Dilución	5	%
Tasa de descuento	10	%

Fuente: Elaboración propia

Los parámetros operacionales del oro ingresados en el modelo se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 9

Parámetros operacionales del oro

Escenario	Au	Unidades
Precio venta	1760	\$/lb
Rec. Ox	0.66	%
Rec. Mx	0.4	%
Rec. Pm	0.52	%
Costo mina	1.8	\$/t
Cota referencia	735	M
Incremento costo mina/m	0.002	\$/t

Costo proceso LX	3.86	\$/t
Costo proceso LX-FL	6.24	\$/t
Costo proceso FL	8.79	\$/t
Costo G&A	0.64	\$/t
Ley Concentrado	30	%
Pérdidas de transporte	1	%
Humedad del concentrado	8	%
Costo de transporte tierra	28	\$/wmt
Costo de transporte mar	63	\$/wmt
Costo refinación	7	\$/oz
Au Pagable	0.9	%
Royalty	8	%
Recuperación minera	95	%
Dilución	5	%
Tasa de descuento	10	%

Fuente: Elaboración propia

3.4. Valorización Whittle

Para el ejercicio de valorización de bloques se analizará un bloque arbitrario del yacimiento. El bloque a estudiar corresponde al de índices IX=23, IY=34 y IZ=12. Sus coordenadas son X=4180, Y=7425, Z=630 y posee una mineralización mixta en su totalidad.

Tabla 10

Parámetros del bloque

Largo X (m)	Largo Y (m)	Largo Z (m)	Volumen (m ³)	Cu (%m)	Au (%ppm)	Densidad (ton/m ³)
30	30	30	27000	0,255	1,273	2,67

Fuente: Elaboración propia

Al multiplicar el volumen del bloque por su densidad se obtiene el tonelaje total de 72 090 toneladas, del cual se sabe que hay un cierto tonelaje asociado de Cu y Au, esto según la ley de estos elementos en el bloque. Se tiene:

Masa Cu: 193 ton → 405 747 lb

Masa Au: 0,092 ton → 2952 t.oz

Al ponderarlas por la recuperación de su procesamiento (solo LX – FL) y la recuperación minera se obtiene la cantidad de masa que será comercializada. Los resultados son, un total de 335 350 lb de cobre y 1 122 t.oz de oro.

3.5. Generación de escenarios de pits (factor multiplicador del precio)

Las envolventes generadas por la iteración del precio reciben el nombre de pit, los cuales resultan de la parametrización de alguna de las variables, como son el costo o el precio, generando un escenario de pit incrementables anidados que asumen la renovación de tonelaje por iteración, lo que asegura una valorización positiva

incremental para cada envolvente anidada, para esto se adicionan parámetros de secuenciamiento que se muestre en la siguiente tabla:

Tabla 11

Parámetros para estimación de VAN mina

Parámetros	Valor	Unidad
Tasa de descuento	10	%
Alimentación a planta	100 000	Ktpd
Calendario de trabajo	365	días

Fuente: Elaboración propia

Al ingresar los parámetros dados en el software Whittle arroja un total de 16 pit finales, donde se determina que al explotar los 3 primeros servirán para pagar la inversión que se ha realizado en este proyecto. A partir del pit N° 4 se obtienen ganancias, siendo el pit N° 16 donde se obtiene la mayor ganancia con casi 3 mil millones de dólares.

Tabla 12

Flujo de caja de los pits

Pit Final	Mejor flujo de caja (USD)	Peor flujo de caja (USD)	Flujo de caja específico (USD)
1	-1 092 537 000	-1 092 537 000	-1 092 537 000
2	-1 043 044 000	-1 043 044 000	-1 043 044 000
3	-991 428 000	-991 428 000	-991 428.000
4	352 628 000	352 628 000	352 628.000
5	1 376 932 000	1 334 243 000	1 334 507 000
6	1 937 908 000	1 839 977 000	1 845 433 000
7	2 356 407 000	2 162 210 000	2 221 680 000
8	2 557 379 000	2 280 412 000	2 422 722 000
9	2 710 221 000	2 341 855 000	2 583 184 000

10	2 745 409 000	2 343 807 000	2 618 531 000
11	2 795 490 000	2 330 492 000	2 668 413 000
12	2 823 658 000	2 301 351 000	2 687 436 000
13	2 838 250 000	2 270 354 000	2 692 907 000
14	2 848 266 000	2 233 313 000	6 674 031 000
15	2 848 929 000	2 226 514 000	6 670 110 000
16	2 849 510 000	2 170 760 000	6 644 922 000

Fuente: Whittle

3.6. Determinación del pit final

Tabla 13
Tonelaje de mineral y estéril en los pits

Pit final	Roca (kt)	Mineral (kt)	Estéril (kt)	Relación estéril – mineral (REM)
1	249	158	91	0,576
2	2 178	1 648	530	0,322
3	4 666	3 639	1 027	0,282
4	78 238	65 850	12 388	0,188
5	142 330	108 898	33 432	0,307
6	186 277	126 196	60 081	0,476
7	226 569	131 472	95 097	0,723
8	251 337	129 900	121 437	0,935
9	274 575	120 751	153 824	1,274
10	281 448	116 160	165 288	1,423
11	294 597	107 900	186 697	1,73
12	303 376	97 007	206 369	2,127
13	310 469	87 270	223 199	2,558
14	318 080	79 740	238 340	2,989
15	319 254	77 841	241 413	3,101
16	326 079	65 226	260 853	3,999

Fuente: Whittle

Tabla 14

Tiempo de vida de los pits

Pit final	Mejor tiempo de vida (años)	Peor tiempo de vida (años)	Tiempo de vida específico (años)
1	0,0057	0,0057	0,0057
2	0,0504	0,0504	0,0504
3	0,108	0,108	0,108
4	1,8111	1,8111	1,8111
5	3,2947	3,2947	3,2947
6	4,3119	4,3119	4,3119
7	5,2968	5,4330	5,2968
8	5,8701	6,1517	5,8701
9	6,5906	6,8736	6,3564
10	6,8319	7,1134	6,5156
11	7,3001	7,5775	6,9725
12	7,6609	7,9063	7,3556
13	9,9758	8,1998	7,5946
14	8,2751	8,5028	7,9711
15	8,3309	8,5491	8,0389
16	8,6766	8,8485	8,4204

Fuente: Whittle

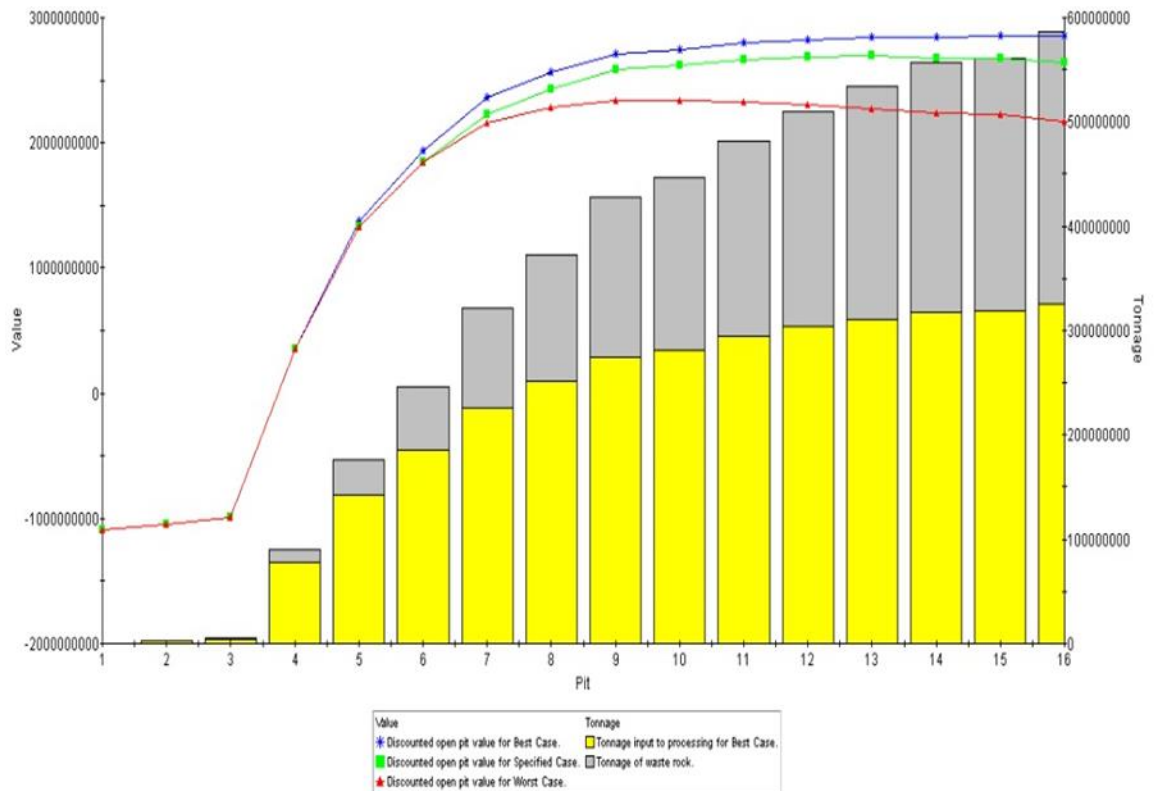


Figura 12 Gráfico Pit by Pit

3.7. Hallazgos en relación a la pregunta de investigación

La pregunta planteada en el trabajo de investigación fue ¿El algoritmo Lerchs y Grossmann permitirá delimitar el tajo final de un yacimiento cuprífero?; con los resultados obtenidos se evidencia que es posible delimitar una serie de tajos, aplicando el algoritmo Lerch & Grossmann, donde el tajo final será el que obtenga un mayor valor actual neto (VAN).

El tajo final que mayor VAN entrega es el tajo N°14 siendo de 6,6 mil millones de dólares.

CAPÍTULO IV: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

4.1. Limitaciones

- La restricción con respecto al acceso de información en la mina es muy delicada, técnicamente llamado confidencialidad de la información. En el caso de las leyes de cobre y oro fueron ajustadas por un ponderador.
- Con respecto a los parámetros geomecánicos, la información fue limitada en acceder a las zonas aún no parametrizadas. Lo que se hizo fue interpolar, es decir tomar datos de zonas geotécnicas adyacentes o superiores al nivel de referencia.
- Los costos financieros fueron estimados, sin embargo, el precio del cobre y oro fue tomado a junio del 2021; a octubre de 2022 ha sufrido una leve variación, sin embargo, la metodología siempre será aplicable.

4.2. Discusión

Colquehuanca (2016) y Centeno (2014) consideran como parámetros de entrada para determinar el pit final al modelo de bloques donde realizan el análisis exploratorio de la ley de cobre contenida en cada bloque, incluso Centeno (2014) realiza el despliegue de la visualización del modelo de bloques en 3D. Castillo (2011) realiza una curva tonelaje – ley media del cobre contenido en el modelo de bloques.

En la **Figura 9** muestra la curva de tonelaje ley media para distintas leyes de corte. En la **Figura 10** y **Figura 11** se muestran los histogramas para la ley de cobre y oro, respectivamente para el óxido, mixto y sulfuro. Los intervalos de clase van cada 0.1%. Las leyes más bajas se presentan en mayor cantidad generando un sesgo positivo. La **Tabla 5**, muestra la cantidad de bloques según tipo de mineral donde los óxidos representan la menor cantidad, según Castillo (2011) indica que es típico

en yacimientos cupríferos. La **Tabla 6** muestra los datos estadísticos de las leyes de cobre y oro contenidas dentro del modelo de bloques, no se observan valores negativos ni aberrantes (outliers).

Colquehuanca (2016) consideró un ángulo de talud de 42° , en la **Tabla 7** se muestra los diferentes ángulos considerados para determinar el pit final en el presente estudio siendo para el óxido 52° , mixto 45° y sulfuro 43° .

Colquehuanca (2016), Castillo (2011), Acosta (2014), Centeno (2016) y Obach (2016) consideraron parámetros operacionales como costo mina, costo planta, recuperación para cada tipo de mineral (óxidos, mixtos, sulfuros), precio de venta, ley de concentrado y otros. En la **Tabla 8** se muestran los costos operacionales antes mencionados como parámetros de entrada para delimitar el pit final. Se considera un precio de venta de cobre de 2.67 USD/lb, una recuperación para el óxido de 0.85, mixto 0.87 y sulfuro 0.9. El costo operacional mina es de 1.8 USD/ton.

Colquehuanca (2016), Acosta (2014) y Castillo (2009) generaron distintos escenarios empleando el factor multiplicador del precio. Colquehuanca (2016) empleó un revenue factor de 0.5 a 1.25, obteniendo un VAN de 44 MUSD; Acosta (2014) empleó un revenue factor de 0.3 a 1, obteniendo un VAN de 1 558 MUSD y Castillo (2009) un revenue factor de 0.58 a 1, obteniendo 128.9 MUSD. En la **Tabla 12** se generan escenarios para distintos pits (flujos de caja) dado un factor multiplicador del precio que va desde 0 a 1 con incremento de 0.05. El flujo de caja descontado (VAN) se obtiene en el pit 14 siendo 6 674 MUSD.

Jélvez (2017), Colquehuanca (2016), Obach (2016), Centeno (2014), Acosta (2014) y Castillo (2009) determinaron el pit final aplicando el algoritmo Lerch y Grossman. Jélvez (2017) determinó que su pit final era el pit 70, Colquehuanca (2016) determinó que su pit final era el pit 37. Obach (2016) determinó que su pit

final fue el pit 51, Centeno (2014) determinó que su pit final era el pit 85, Acosta (2014) determinó que su pit final era el pit 22 y Castillo (2009) determinó que su pit final era el pit 43. En la **Tabla 13** se observa el pit final obtenido siendo el pit 16 con una relación de estéril mineral de 3.9, entregando 65 millones de toneladas de mineral y 260 millones de toneladas de estéril. En la **Figura 12** se observa el flujo de caja descontado siendo el mejor caso (línea azul), caso específico (línea verde) y el peor caso (línea roja).

4.3. Conclusiones

- En la presente tesis se logró determinar el tajo final de un yacimiento cuprífero aplicando el algoritmo de Lerch y Grossman 3D, siendo el pit número 14.
- A lo largo de la presente investigación se exploró y analizó los datos de las leyes de cobre que contenía el modelo de bloques. La ley mínima fue de 0% y la máxima fue de 1.46% de cobre, haciendo un total de 62 220 bloques de 30x30x30 m.
- En esta tesis se configuró los perfiles de cada tipo de roca: talud para el óxido 52°, talud para el mixto 45° y talud para el sulfuro 43°.
- En esta investigación se parametrizó factores operacionales como: costo mina 1.8 USD/t; costo planta, 3.86 USD/t; precio del cobre, 2.67 USD/t y recuperación metalúrgica del 85%.
- Finalmente, en la presente investigación se logra generar escenarios según el factor multiplicador del precio desde 0 hasta 1 con incrementos de 0.05, llegando a obtener un flujo de caja descontado (VAN) de 6 644 millones de USD. De lo anterior, se obtiene un total de 335 350 lb de Cu. En consecuencia, se concluye que el pit final contiene 65 millones de tonelada de mineral y 26 millones de estéril, con una vida útil de 8 años y medio.

REFERENCIAS

- Acosta, R. (2014). *Metodología para la definición de fases a partir de un secuenciamiento de bloques en un rajo abierto*. Obtenido de <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/116878>
- Castillo, L. (2009). *Modelos de optimización para la planificación minera a cielo*. Santiago de Chile: Repositorio de la Universidad de Chile.
- Colquehuanca, E. (2016). *Planeamiento de minado a largo plazo haciendo uso del software Whittle 4.4 CIA Minera Aurífera Santa Rosa Comarsa S.A.*. Arequipa: Repositorio de la Universidad San Agustín de Arequipa.
- Dagdelen, K., & Akaike, A. (1999). *A strategic production scheduling method for an open pit mine*. Proc. 28th Internat. Appl. Comput. Oper. Res. Mineral Indust. (APCOM) Sympos.
- Delphos, M. P. (2015). Obtenido de <http://delphos.dmi.uchile.cl>. URL: <http://delphos.dmi.uchile.cl>
- Díaz, C. (2017). *Planificación minera a cielo abierto considerando*. Santiago de Chile: Repositorio de la Universidad de Chile.
- Dowd, P. (1994). *Risk assessment in reserve estimation and open-pit planning*. Mining Industry 103.
- Emery, X. (2007). *Apunte de Geoestadística*.
- González, T. (2010). *Diseño de Minas a Tajo Abierto*. Lima: Repositorio Universidad de Ingeniería.
- Hustrulid, W. K. (2013). *Open Pit Mine Planning and Design*. CRC Press.
- Jélvez, M. E. (2017). *Metodología multietapa para la planificación de la producción de largo plazo en mina a rajo abierto bajo incertidumbre geológica*. . Santiago de Chile: Repositorio Universidad de Chile.
- Johnson, T. (1968). *Optimum open-pit mine production scheduling*.
- Lane, K. (1988). *The economic definition of ore: cut-off grades in theory and practice*. Mining Journal Books.
- Lerchs, H. &. (1965). *Optimal design of open-pit mines*. Transactions C.I.M.
- Miranda, F. (2017). *Alineamiento de la selección del Pit final con la optimización del secuenciamiento estratégico*. Obtenido de <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/148173>
- Muñoz, G. (2012). *Modelos de optimización lineal entera y aplicaciones a la minería*.
- Obach, J. (2016). *Alternativas de operativización de fases en un yacimiento cuprífero*. Obtenido de <http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/143615/Alternativas-de-operativizaci%3bn-de-fases-en-un-yacimiento-cupr%3adfero.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Peirano, F. (2011). *Definición de Pit Final Capacitado Bajo Incertidumbre*. Obtenido de <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/102605>
- Vallejo, M. (2010). *Análisis de los algoritmos de optimización minera: Cono Flotante y Lerch - Grossmann utilizando GemCom, Surpac y UPL*. Bogotá: Repositorio de la Universidad de Colombia.

ANEXOS

ANEXO N°1

Matriz de evaluación de expertos

MATRIZ DE EVALUACIÓN DE EXPERTOS

Título de la investigación:	Aplicación del algoritmo Lerchs y Grossman 3D para delimitar el pit final en un yacimiento cuprífero, 2021
Línea de investigación:	Manejo de minas
El instrumento de medición pertenece a la variable:	Parámetros: geométricos, económicos y operacionales.

La presente tabla permite evaluar al experto en el área de investigación. Apreciar cada pregunta con una "x" donde corresponda, ya sea Si o No. Finalmente, de existir alguna observación, por favor indicarla; con el objetivo de mejorar el cuestionario sobre la variable de estudio

Items	Preguntas generales	Aprecia		Acciones por tomar
		Si	No	
1	¿El instrumento de medición presenta el diseño adecuado?	✓		
2	¿El instrumento de recolección de datos tiene relación con el título de la investigación?	✓		
3	¿En el instrumento de recolección de datos se mencionan las variables de investigación?	✓		
4	¿El instrumento de recolección de datos facilitará el logro de los objetivos de la investigación?	✓		
5	¿El instrumento de recolección de datos se relaciona con las variables de estudio?	✓		
6	¿La redacción de las preguntas tienen un sentido coherente y no están sesgadas?	✓		
7	¿Cada una de las preguntas del instrumento de medición se relaciona con cada uno de los elementos de los indicadores?	✓		
8	¿El diseño del instrumento de medición facilitará el análisis y procesamiento de datos?	✓		
9	¿Son entendibles las alternativas de respuesta del instrumento de medición?	✓		
10	¿El instrumento de medición será accesible a la población sujeto de estudio?	✓		
11	¿El instrumento de medición es claro, preciso y sencillo el cual permite obtener los datos requeridos?	✓		

Sugerencias:
El modelo de bloques en el sujeto de estudio.

Nombre completo: MARCO ANTONIO COTRINA TEATINO
 DNI: 41872247
 Profesión: INGENIERO DE MINAS
 Grado académico (más alto): MAGÍSTER EN MINERÍA



MAG. MARCO A. COTRINA TEATINO
 ING. DE MINAS
 REG. CIP 130530

Firma del Evaluador
(Experto)

ANEXO N°2

Matriz de evaluación de expertos

MATRIZ DE EVALUACIÓN DE EXPERTOS

Título de la investigación:	Aplicación del Algoritmo Lerchs & Grossmann 3D para delimitar el Pit Final de un yacimiento cuprífero	
Línea de investigación:	Planeamiento Mina	
El instrumento de medición pertenece a la variable:	Parámetros geomecánicos, parámetros económicos y parámetros operacionales	

La presente tabla permite evaluar al experto en el área de investigación. Apreciar cada pregunta con una "x" donde corresponda, ya sea Si o No. Finalmente, de existir alguna observación, por favor indicarla; con el objetivo de mejorar el cuestionario sobre la variable de estudio

Items	Preguntas generales	Aprecia		Acciones por tomar
		Si	No	
1	¿El instrumento de medición presenta el diseño adecuado?	✓		
2	¿El instrumento de recolección de datos tiene relación con el título de la investigación?	✓		
3	¿En el instrumento de recolección de datos se mencionan las variables de investigación?	✓		
4	¿El instrumento de recolección de datos facilitará el logro de los objetivos de la investigación?	✓		
5	¿El instrumento de recolección de datos se relaciona con las variables de estudio?	✓		
6	¿La redacción de las preguntas tienen un sentido coherente y no están sesgadas?	✓		
7	¿Cada una de las preguntas del instrumento de medición se relaciona con cada uno de los elementos de los indicadores?	✓		
8	¿El diseño del instrumento de medición facilitará el análisis y procesamiento de datos?	✓		
9	¿Son entendibles las alternativas de respuesta del instrumento de medición?	✓		
10	¿El instrumento de medición será accesible a la población sujeto de estudio?	✓		
11	¿El instrumento de medición es claro, preciso y sencillo el cual permite obtener los datos requeridos?	✓		

Sugerencias:

Todo conforme.

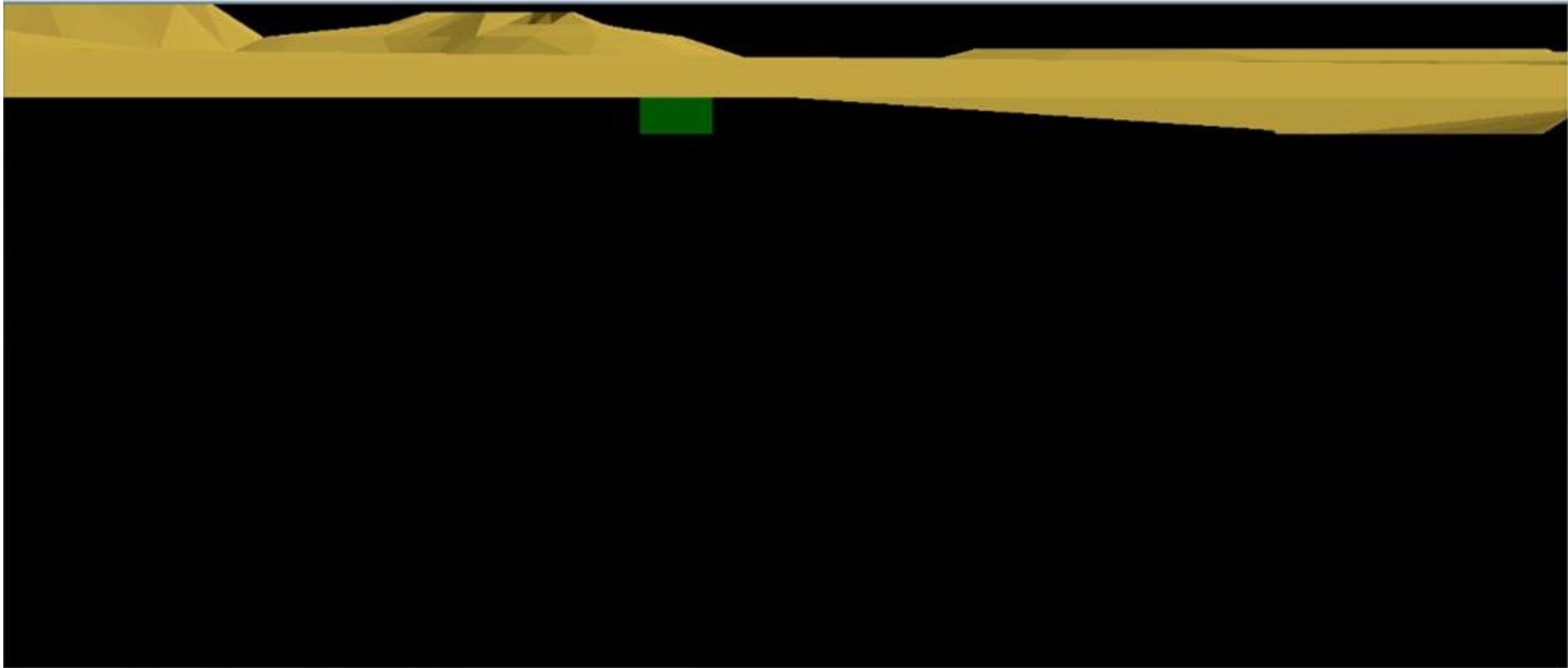
Nombre completo: Wilbert Lenin Risco Sulca
 DNI: 42990477
 Profesión: Ingeniero Minas
 Grado académico (más alto): Maestría

Master Mining S.A.C.

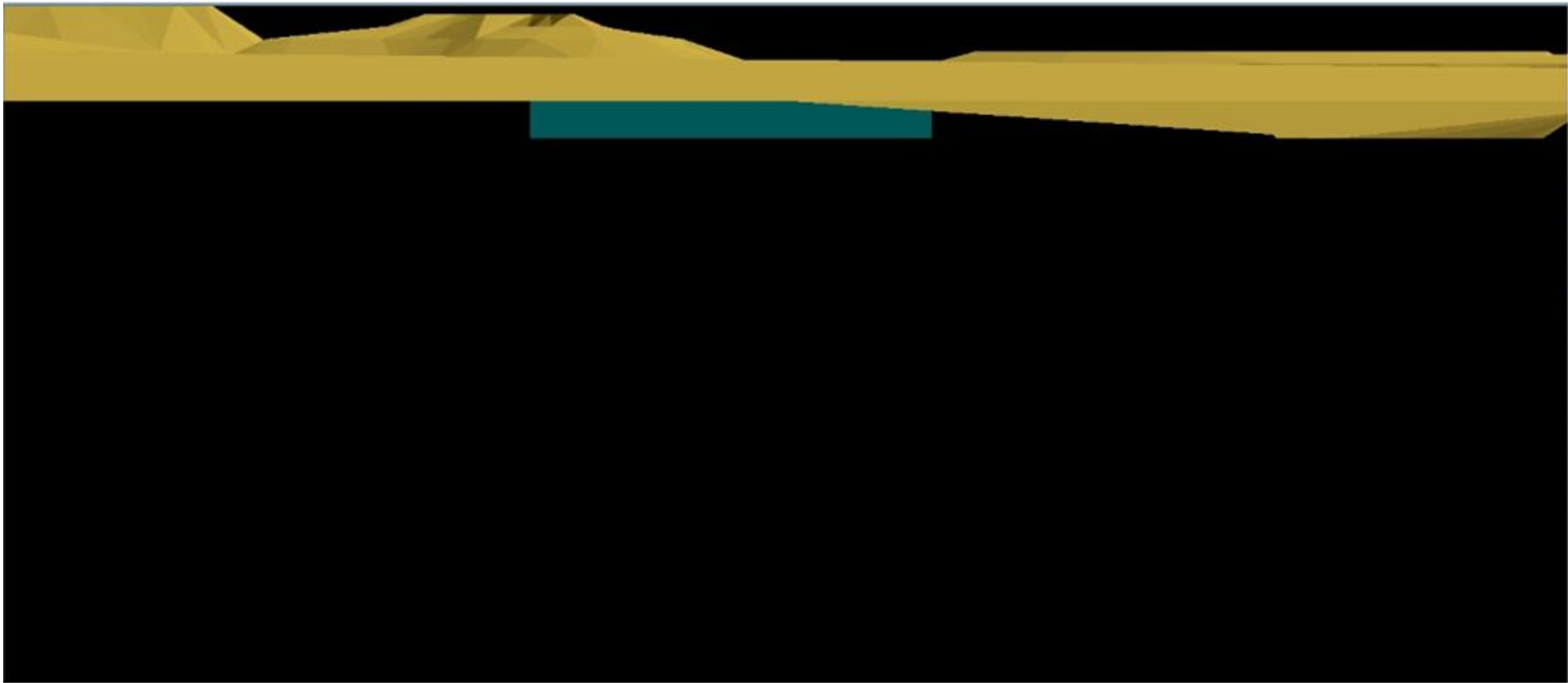
 Wilbert Lenin Risco Sulca
 Ing. Minas
 CIP: 143750

Firma del Evaluador
 (Experto)

Pit N°1

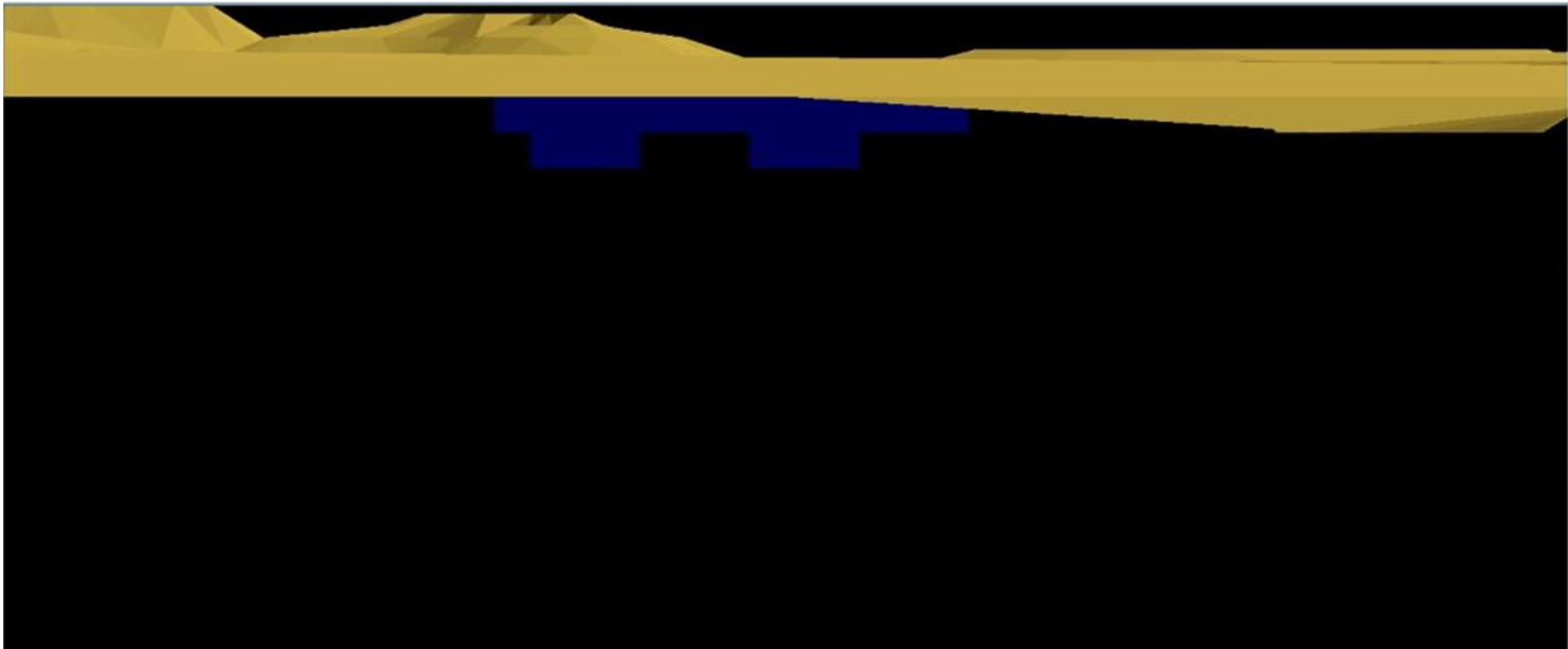


Pit N°2



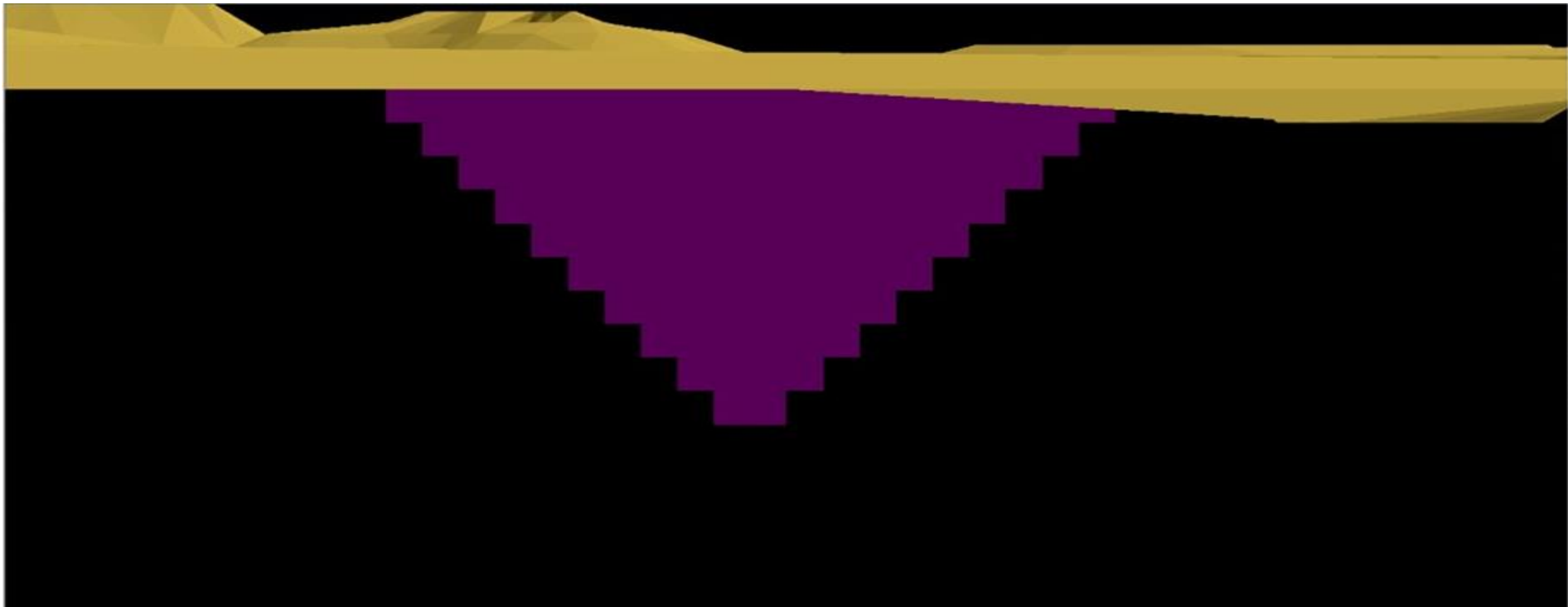
ANEXO N° 5

Pit N° 3



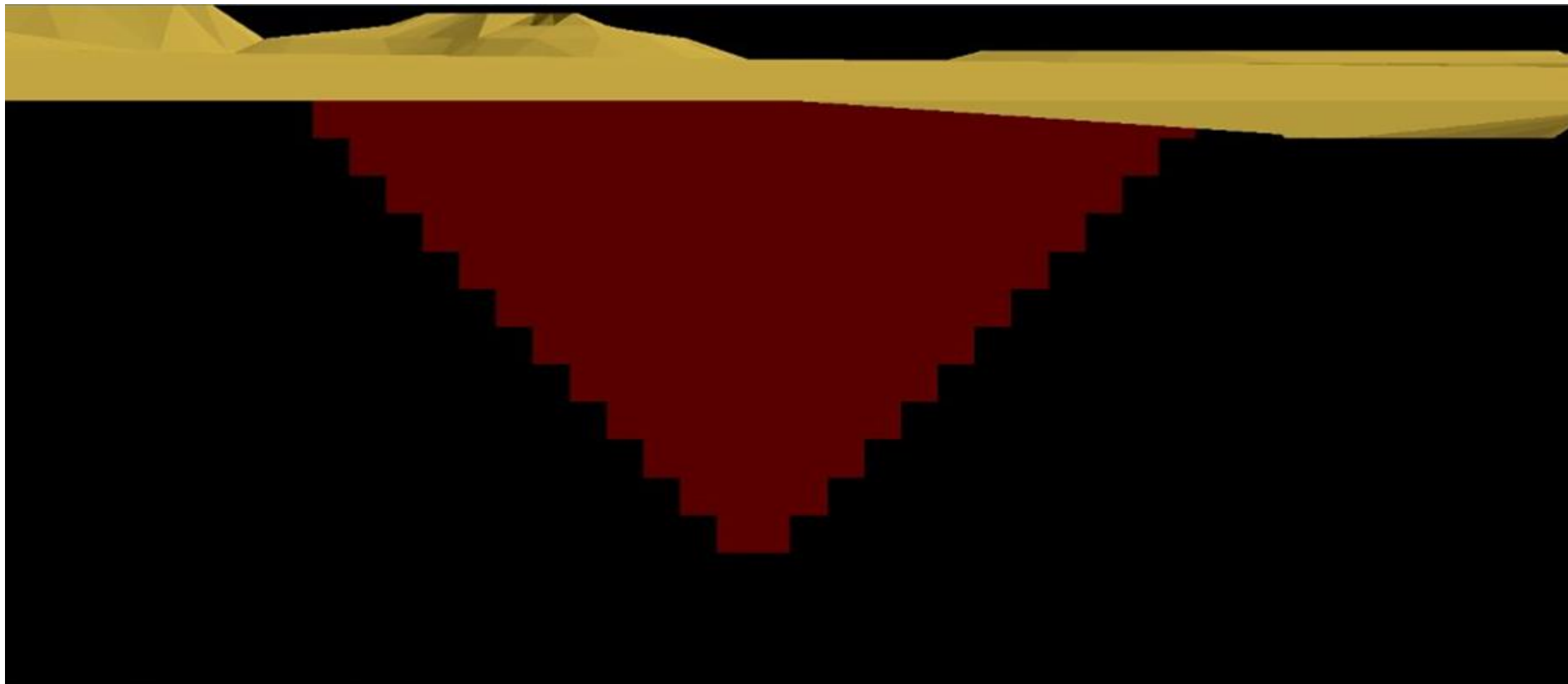
ANEXO N° 6

Pit N° 4



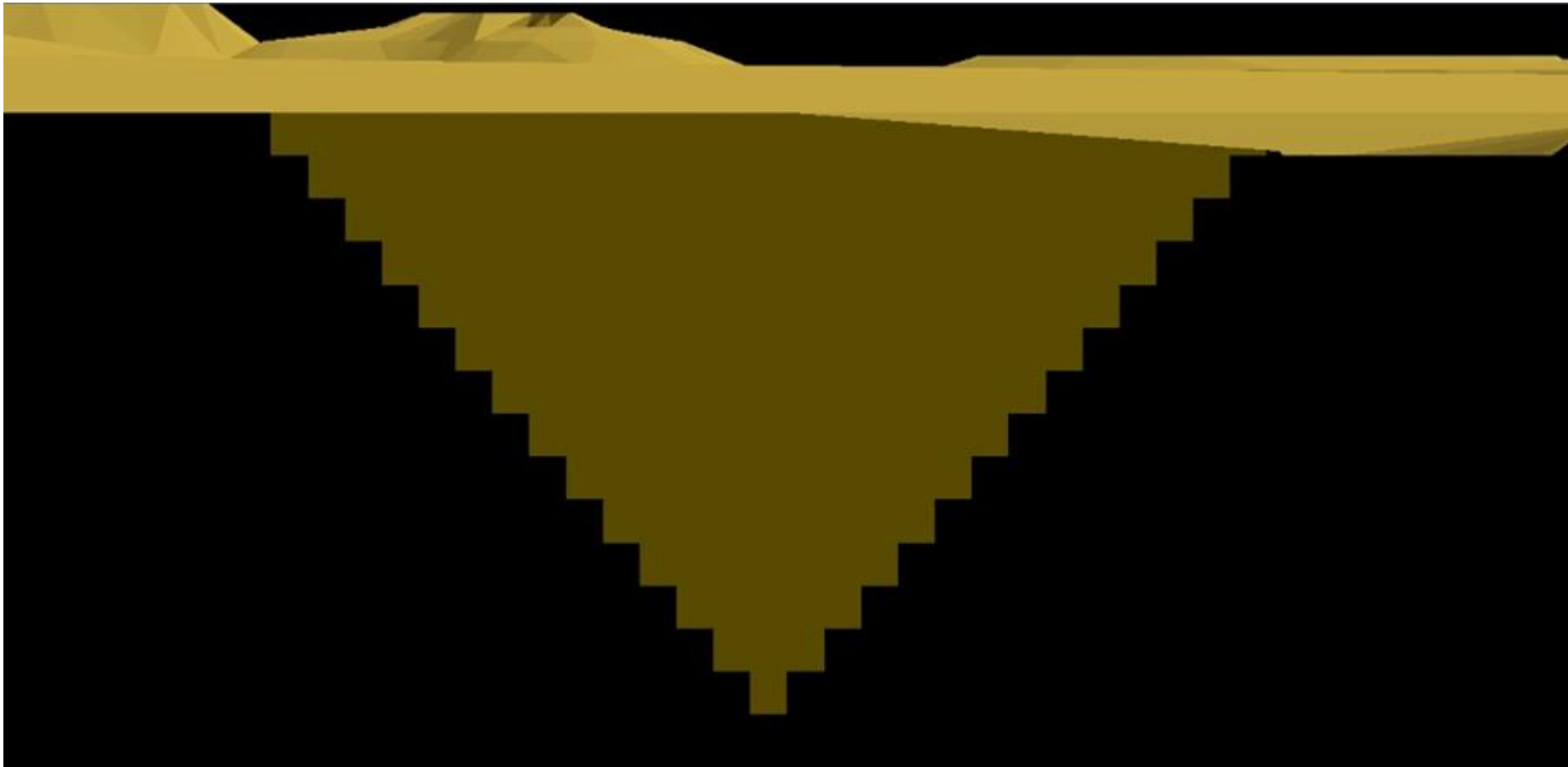
ANEXO N° 7

Pit N° 5



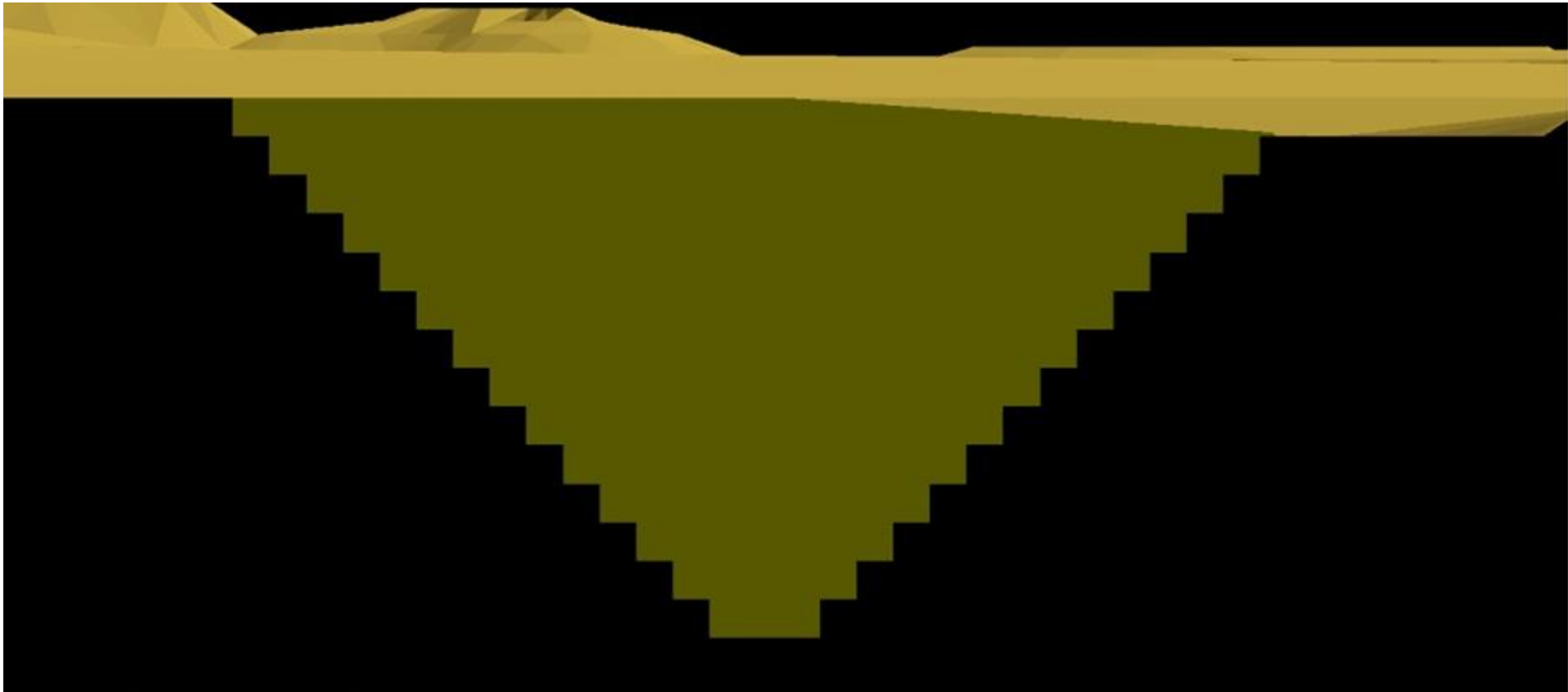
ANEXO N° 8

Pit N° 6



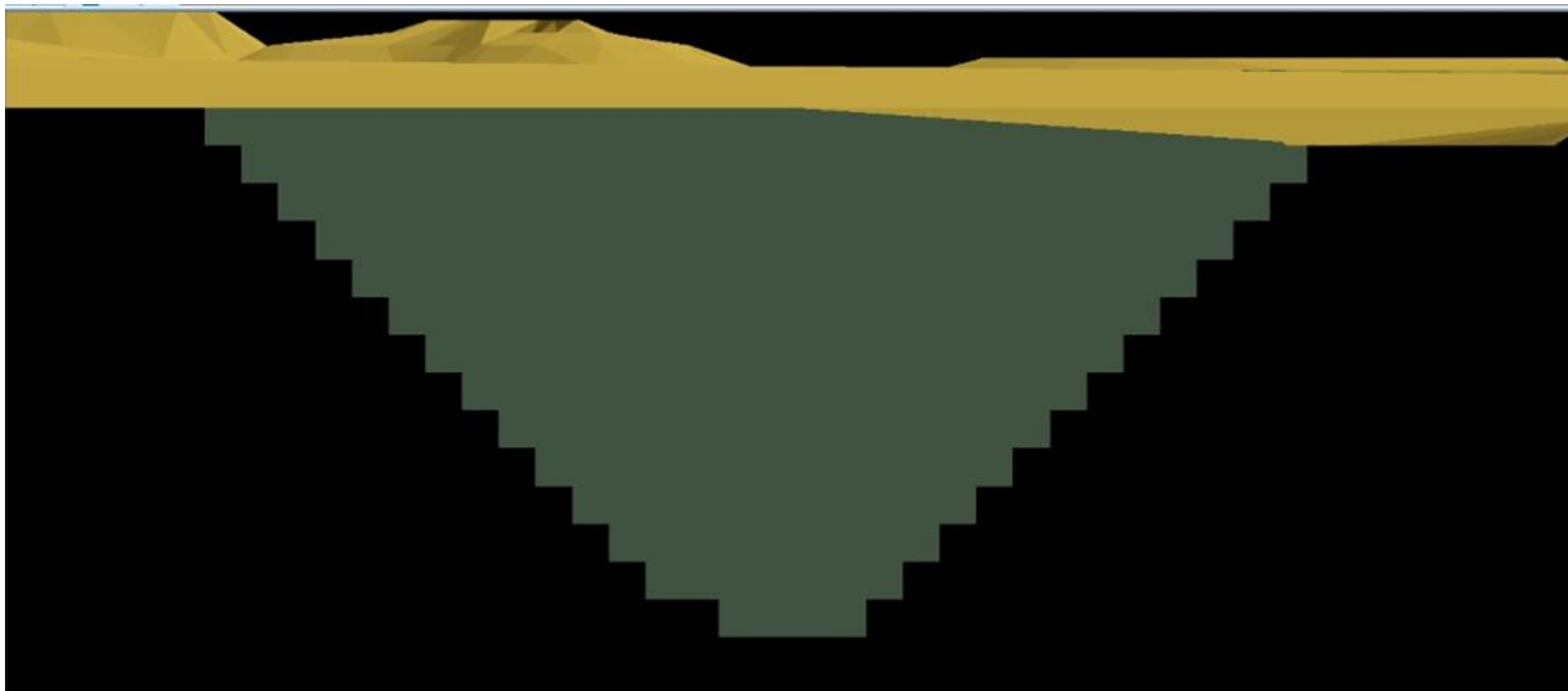
ANEXO N° 9

Pit N° 7



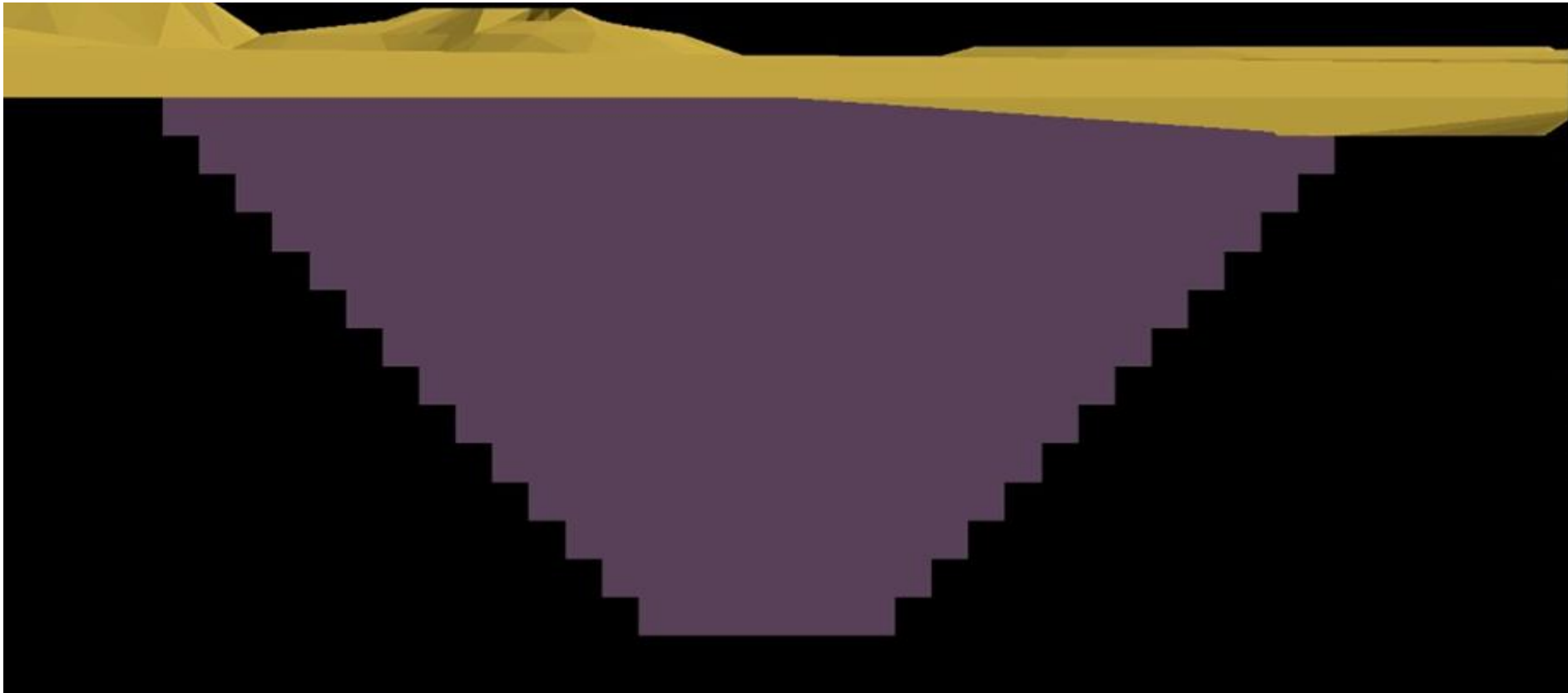
ANEXO N° 10

Pit N° 8



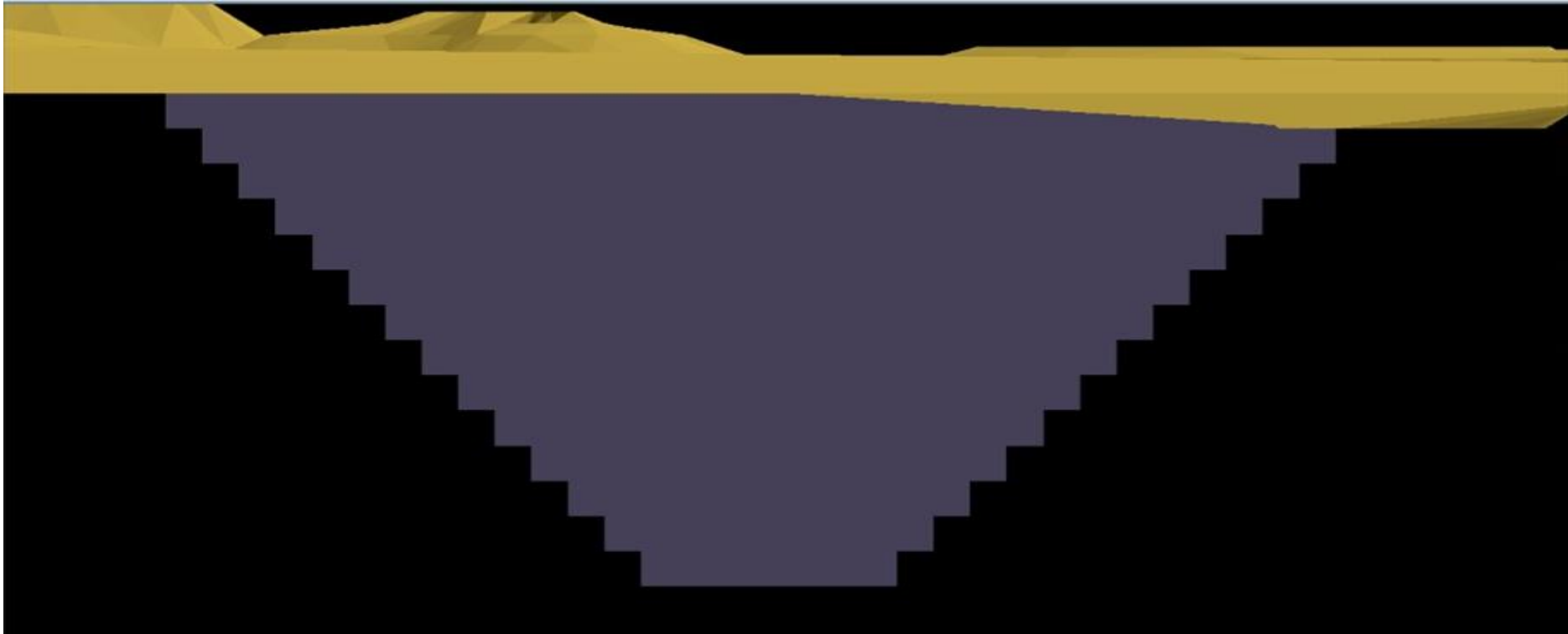
ANEXO N° 11

Pit N° 9



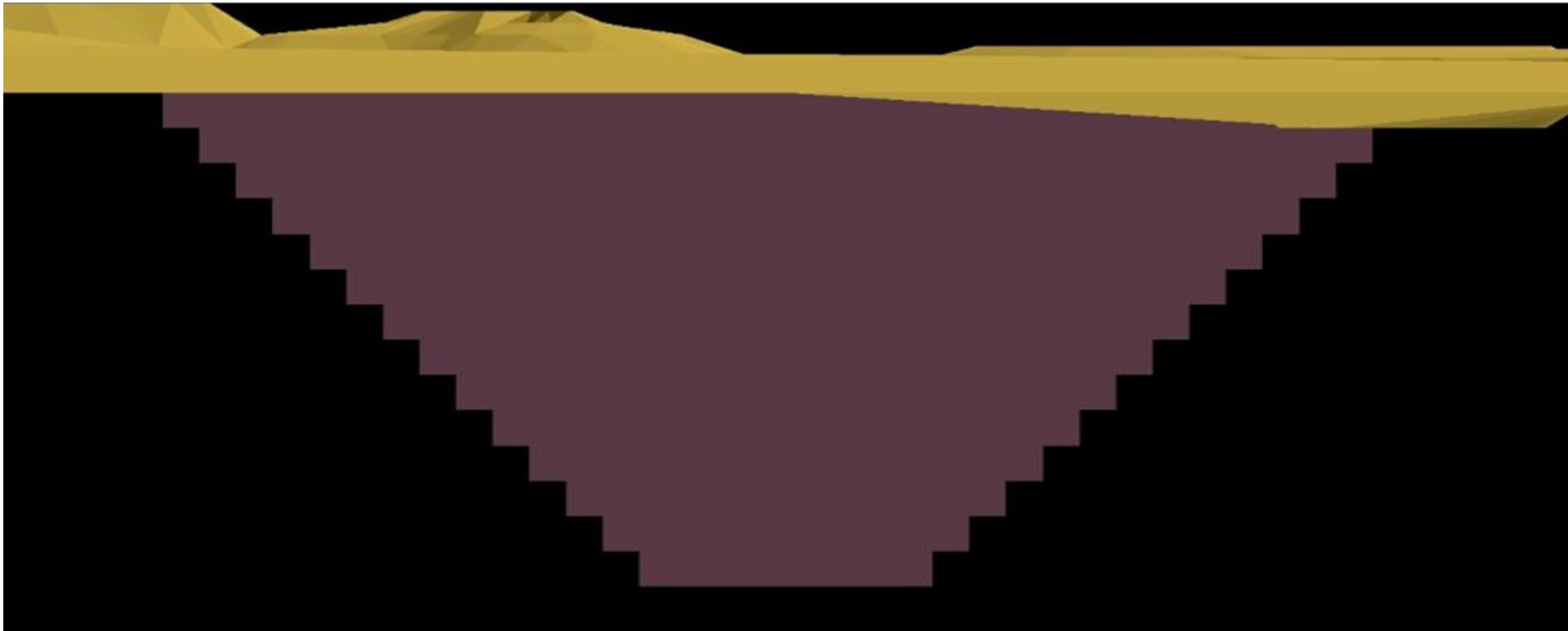
ANEXO N° 12

Pit N°10



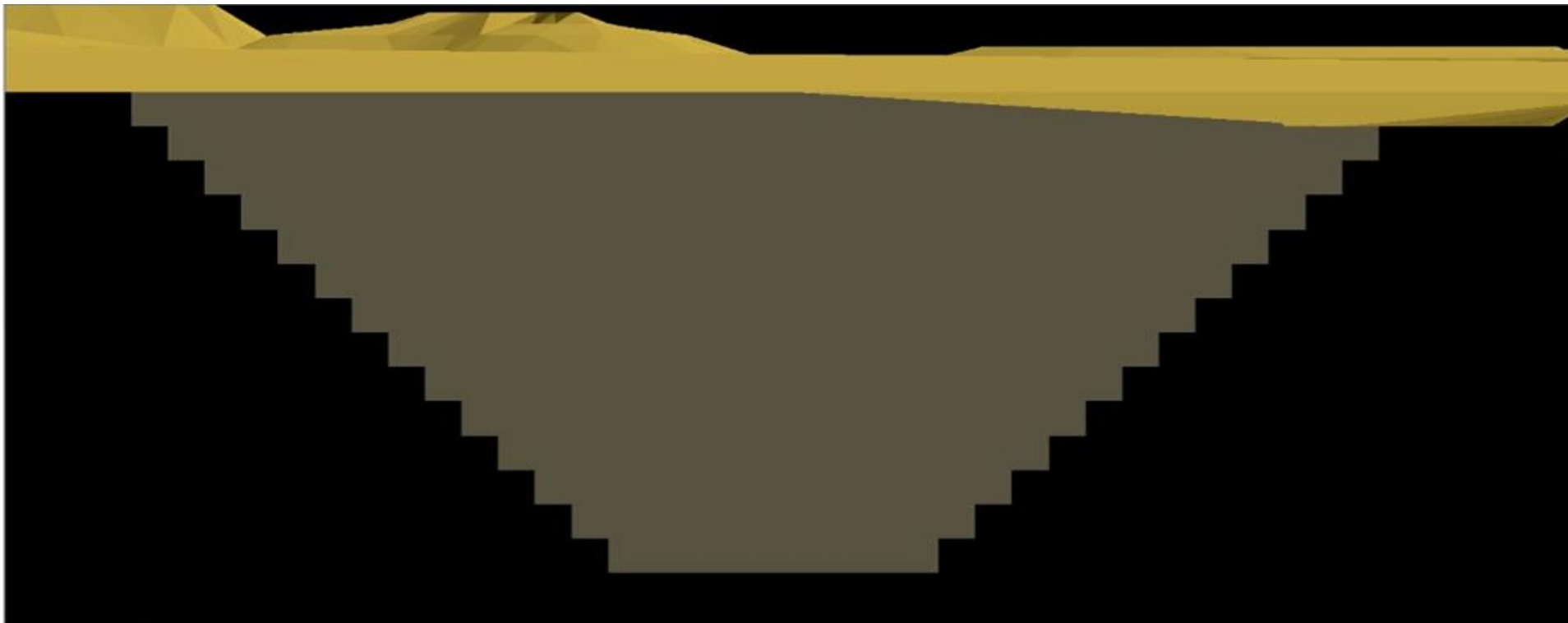
ANEXO N° 13

Pit N° 11



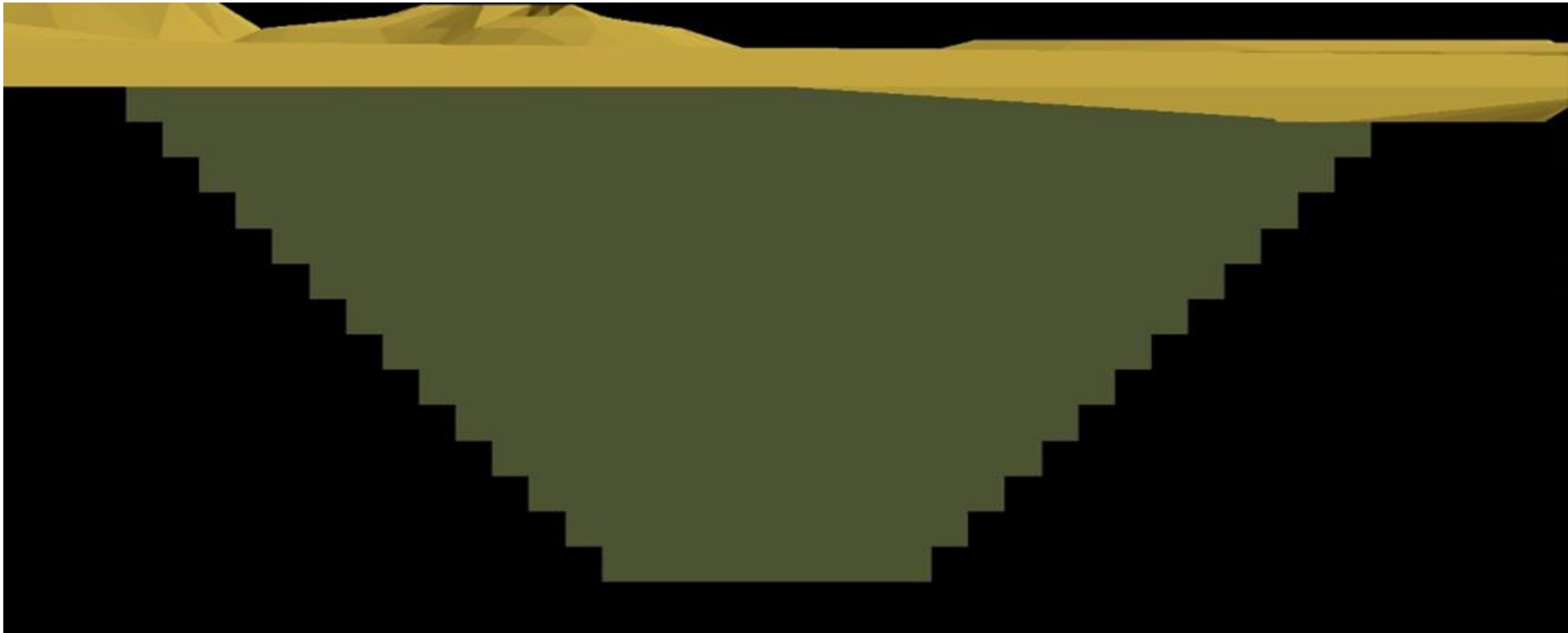
ANEXO N° 14

Pit N° 12



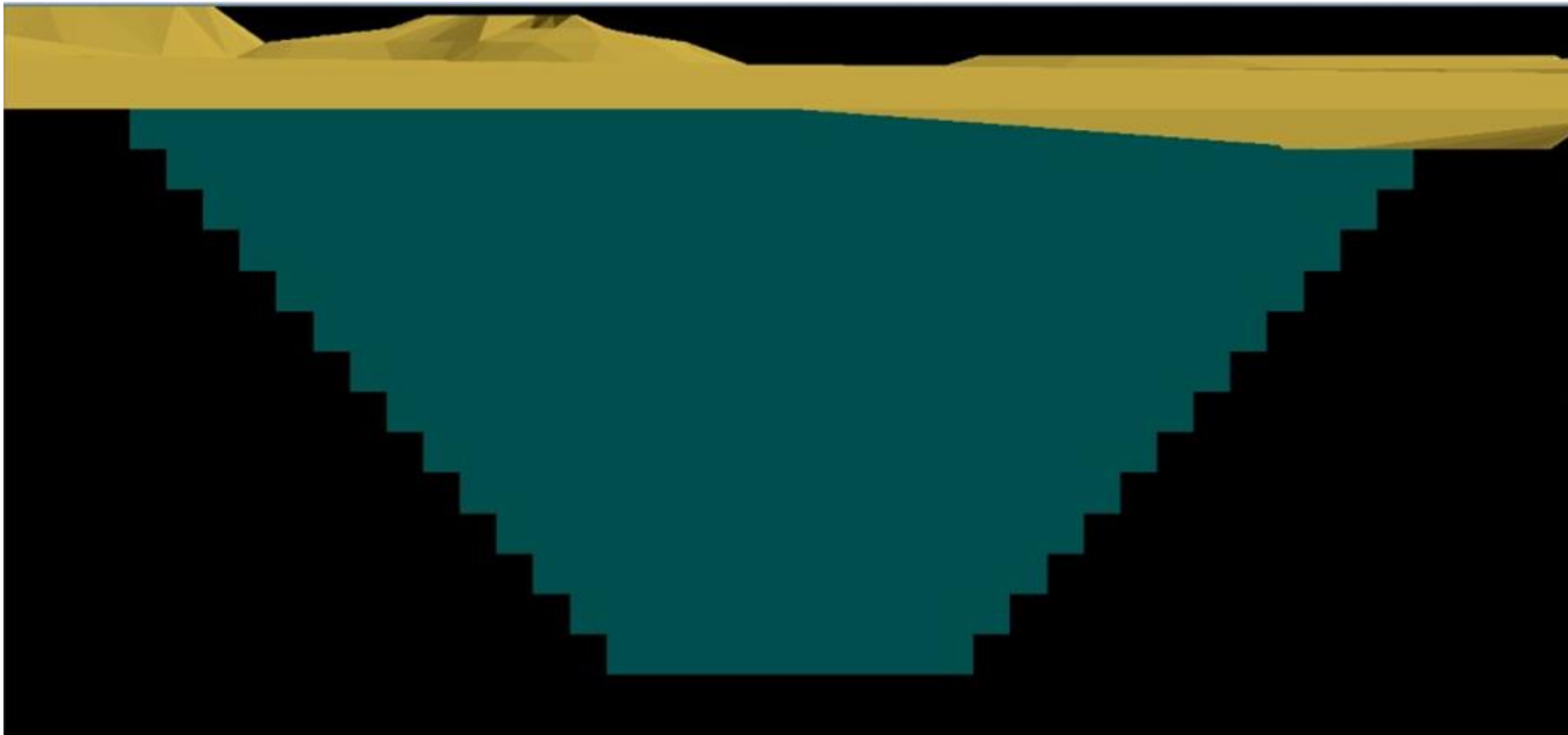
ANEXO N° 15

Pit N° 13



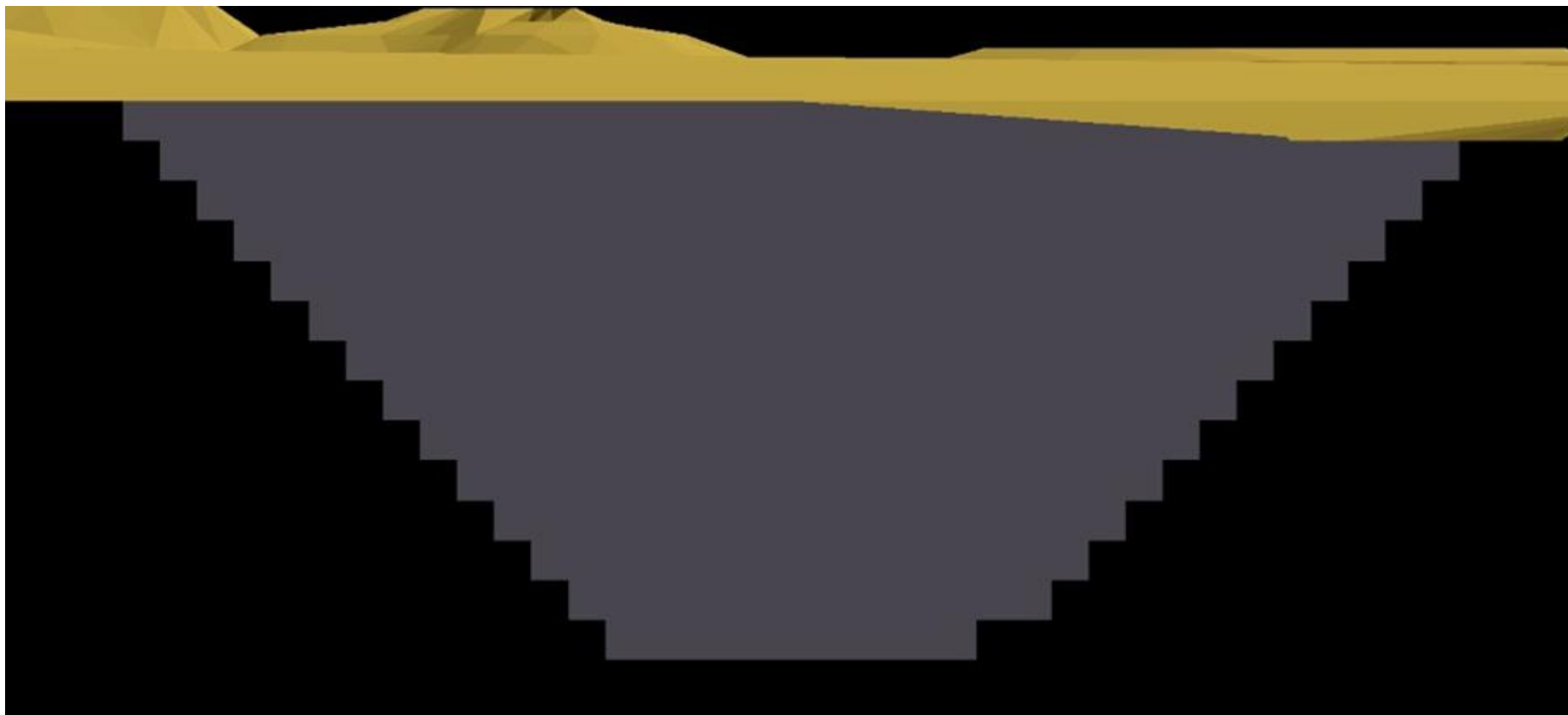
ANEXO N° 16

Pit N° 14



ANEXO N° 17

Pit N° 15



ANEXO N° 18

Pit N° 16

